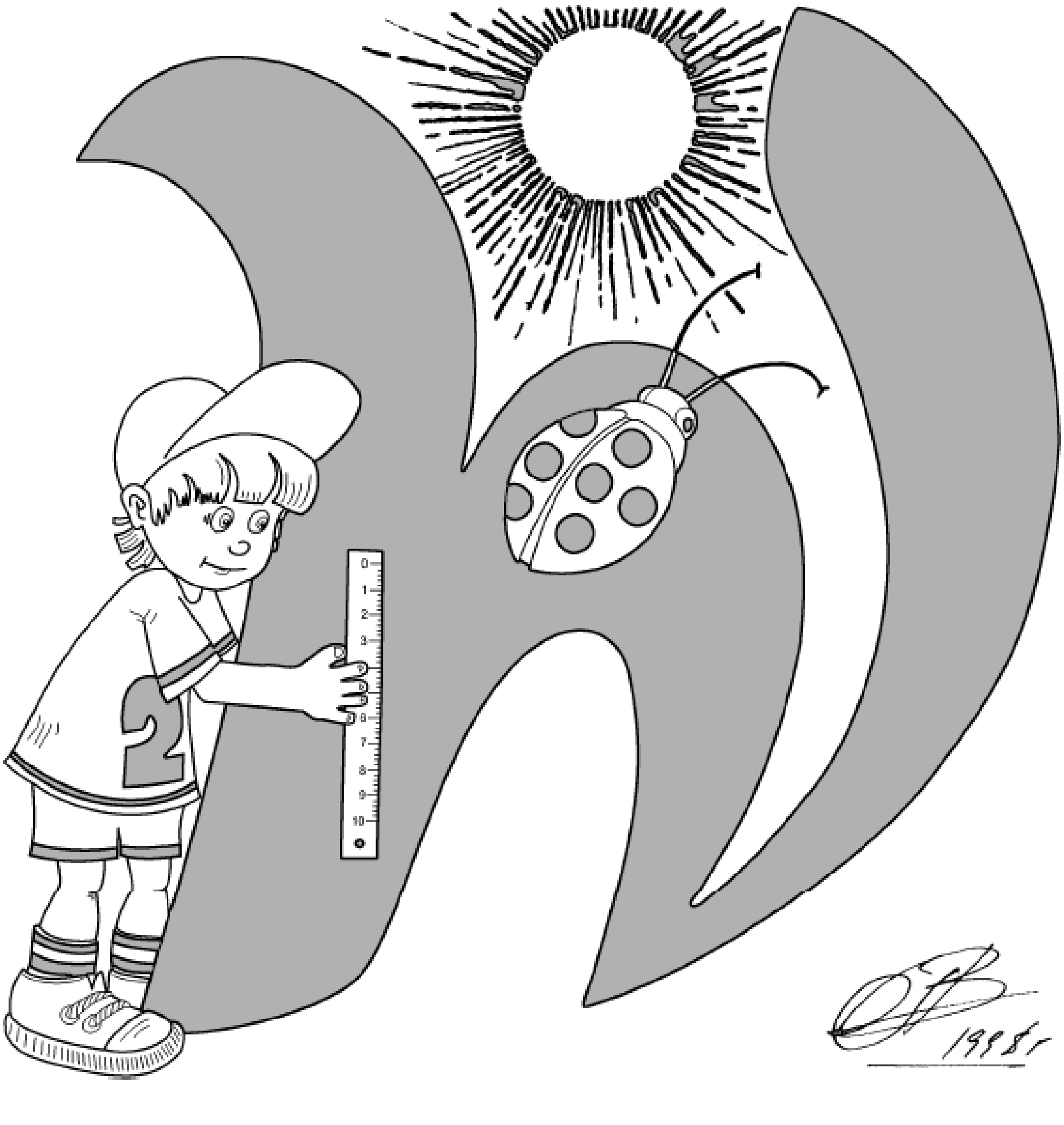
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад
Методическая комиссия по физике

XLII Всероссийская олимпиада школьников по физике.

Региональный этап. Теоретический тур.

Методическое пособие



Москва, 2007/2008 уч. г.

Регламент олимпиады

Общая длительность теоретического тура составляет:
4 часа – для учащихся 7 – 9 классов;
5 часов – для учащихся 10 и 11 классов.

Общая продолжительность экспериментального тура зависит от обеспечения участников олимпиады экспериментальным оборудованием. В случае двух задач и перехода участников с одной экспериментальной установки на другую:
для учащихся 7 – 9 классов на выполнение одного задания отводится 2 часа;
для учащихся 10 – 11 классов на выполнение одного задания отводится 2 часа 20 минут;

Методическая комиссия регионального этапа:

1) ***может заменить по одной задаче в каждом классе (в силу сложности задачи, наличия похожей задачи на II этапе текущего года или иным причинам);***
2) ***разрабатывает по одной дополнительной экспериментальной задаче для каждой параллели (класса).***

Рекомендации жюри III этапа

1. Заранее обсудите (отредактируйте) регламент олимпиады и проинформируйте о нем участников олимпиады.
2. В сборнике задач и заданий с возможным вариантом решения, который подготовила вам методическая комиссия по физике Всероссийской олимпиады школьников дается ***примерная*** система оценивания задач и заданий.

2.а. В начале каждого тура все члены жюри получают полный комплект условий задач и заданий соответствующего тура и самостоятельно прорешивают задачи своего класса. Авторские решения раздаются им через час после начала тура.

2.б. Окончательная система оценивания задач обсуждается и утверждается на заседании жюри после проверки приблизительно 10% задач в каждом классе.

3. Окончательная система оценивания должна быть доведена до сведения участников олимпиады во время разбора решений, непосредственно перед показом работ и апелляцией, с тем, чтобы учащиеся могли убедиться в том, что выставленные им баллы согласуются с принятой системой оценивания.
4. Не экономить время на разборе – оно окупится при апелляции.
5. Настоятельно рекомендуется, чтобы после проверки или апелляции проверяющий по каждой задаче написал свое мнение о самой задаче и особенностях решений, выполненных участниками олимпиады.

I. Проведение тура

<u>1. Чем можно и чем нельзя пользоваться во время тура</u>

<u>Эта информация доводится до сведения участников перед выдачей заданий</u>

а. Во время выполнения заданий теоретического и экспериментального туров участник может иметь при себе только пишущие принадлежности и калькулятор. После рассадки школьников по рабочим местам представители организационного комитета выдают им листы с заданием и специальным образом помеченную бумагу (для решения задач и выполнения заданий). В случае необходимости дополнительно может выдаваться миллиметровая бумага.
б. Во время выполнения работы ***запрещается*** пользоваться:

1) мобильными телефонами;
2) какой-либо справочной литературой или информацией.

в. Во время тура участники могут обращаться только к дежурному по аудитории.
г. Вопросы по задачам и заданиям задаются в письменной форме. Дежурный по аудитории **не отвечает на вопросы по условию задач**.
д. Черновики работ **не проверяются**.

е. Во время экспериментального тура запрещается пользоваться тем оборудованием, которое не указано в условии задачи.

2. Порядок выдачи условий

а. Дежурный по аудитории размещает участников согласно списку, предоставленному оргкомитетом и раздает тетради для выполнения работ.
в. Член жюри раздает условия задач и пишет на доске время начала и окончания тура в данной аудитории.

3. Вопросы по условиям задач

а. Листы бумаги для вопросов по уточнению условия задачи или задания находятся у дежурного по аудитории и выдаются участникам олимпиады по их требованию.
Школьник, желающий задать вопрос по условию задач, делает это в письменной форме на листе бумаги, указывая на верхнем поле номер аудитории, номер места, класс, номер задачи, формулирует суть вопроса и отдает лист дежурному по аудитории.
б. Дежурный по аудитории передает листы с вопросами в жюри.
в. При необходимости комментарии к условию задачи озвучиваются членом жюри во всех аудиториях, где есть участники соответствующего класса.
г. Участники могут задавать вопросы не раньше, чем через полчаса после начала тура. Это время им необходимо для того, чтобы **вдумчиво** прочесть условия задач. Через пол часа, как правило, стресс связанный с необычностью и ответственностью ситуации, в которой оказался участник олимпиады, проходит и вопросы «отпадают».

4. Временные выходы из аудитории

а. На время выхода из аудитории участник оставляет свою работу на столе у дежурного по аудитории.
б. Одновременное отсутствие двух или более участников из одной аудитории не допускается.
в. Дежурный по коридору обеспечивает отсутствие контактов между участниками вне аудиторий.

5. Сдача работ

а. По окончании тура (длительность тура составляет 4 часа для младших классов и 5 часов для 10 и 11 классов) участник обязан сдать свою работу (тетради и дополнительные листы).
б. При сдаче работ и дополнительных листов участник и дежурный по аудитории расписываются в учетном листе.
в. Участник может сдать работу досрочно, после чего должен незамедлительно покинуть место проведения тура.
г. Дежурный по аудитории напоминает участникам об оставшемся на выполнение работы времени за полчаса, за 15 минут и за 5 минут до окончания тура.
д. В момент окончания тура в данной аудитории дежурный по аудитории объявляет о завершении тура и немедленно собирает работы участников.
е. Дежурный по аудитории проверяет, чтобы все участники сдали работы, и ждет представителя оргкомитета в аудитории для передачи ему работ учащихся.
ж. До начала проверки все работы шифруются представителями оргкомитета.

II. Проверка

1. Подготовка к проверке работ

Порядок подготовки жюри к проверке работ описан во вводной части данных рекомендаций.

2. Что проверяется

а. Если участник написал несколько решений одной задачи и указал, какое из них он считает правильным (лучшим), то оценивается только указанное им решение.

б. Если в теоретическом туре участник написал для одной той же задачи несколько решений, приводящих к разным ответам, но не указал, какое из решений он считает правильным (лучшим), то оценивается только **худшее** из представленных решений (участник не понимает какая из выбранных им моделей лучше (более правильно) описывает ситуацию из задания).
в. Если по условию задачи требуется решить ее несколькими способами, а также если задача экспериментальная, то проверяются все (существенно различные) представленные решения.
г. Черновик работы **не проверяется**.

<u>3. Максимальное количество баллов за задачу (задание)</u>

а. За каждую задачу **теоретического** тура ученик может получить от 0 до 10 баллов.
б. Оценка за каждую задачу **экспериментального** тура может лежать в пределах от 0 до 10 баллов в 7 - 9 классах и от 0 до 15 баллов в 10 и 11 классах.

<u>4. Итоги проверки</u>

а. Представители организационного комитета расшифровывают проверенные работы и составляют предварительные протоколы проверки работ по классам.
б. Протоколы подписываются председателем жюри и ответственными за соответствующую параллель.
в. Подписанные протоколы вывешиваются на доступном участникам олимпиады месте для ознакомления.

III. Показ работ. Апелляция

а. После показа работ участники олимпиады, не согласные с выставленными им баллами по отдельным задачам, могут подать заявление на апелляцию. Заявление подают ответственному за соответствующую параллель.
Заявление пишется участником в свободной форме с указанием номеров задач, по которым учащийся просит пересмотреть результаты проверки.
б. Руководитель команды имеет право присутствовать на апелляции только в качестве наблюдателя (без права голоса).
в. Система оценивания задач не апеллируется и не подлежит пересмотру.
г. На апелляции повторно проверяется текст решения задачи, а не оцениваются устные пояснения участника во время апелляции.
д. В ходе апелляции оценка обсуждаемой задачи может быть изменена в любую сторону.
е. Если участник и после апелляции не согласен с оценкой, то вопрос рассматривается повторно в присутствии председателя жюри. Решение принятое совместно с председателем жюри является окончательным.
ж. Согласно действующему Положению о Всероссийской олимпиаде школьников, присуждение дипломов производится в соответствии с абсолютным рейтингом. **Не допускается** зависимость количества дипломов или их степень от максимально возможного числа баллов. (Вся подборка задач или какая-либо из задач может оказаться очень сложной и учащиеся смогут решить только её часть). Количество дипломов не должно превышать 45% от числа участников олимпиады.

В течение тура и последующей проверки руководители команд и сопровождающие не должны находиться поблизости от места проведения тура.

В случае нарушения регламента участник может быть дисквалифицирован решением жюри.

7 класс

Задача 1. Красная Шапочка и Серый Волк

(Замятнин М.)

Однажды Красная Шапочка решила навестить бабушку. Путь ей предстоял не близкий. Сначала она треть пути неспешно шла по дорожке со скоростью v. Затем, проголодавшись, села на пенек и съела несколько пирожков. Потратив на еду много времени, девочка загрустила, так как уже начало темнеть. Но тут из леса выбежал Серый Волк. Он любезно согласился подвезти её на себе до бабушки со скоростью $3v$. В результате получилось, что на всё путешествие девочка потратила столько же времени, сколько потребовалось бы при движении с постоянной скоростью v. Сколько пирожков скушала Красная Шапочка во время отдыха на пеньке? На каждый пирожок она затрачивала одну девятую времени всего своего путешествия.

Решение

Время движения девочки до привала $t_1 = (L/3)/v$. Трапеза затянулась на $t_2 = N\cdot(L/9)/v$, где N – число съеденных пирожков. Поездка на Волке заняла $t_3 = 2\cdot(L/9)/v$. Но в целом путешествие длилось $t = L/v$. Поскольку $t = t_1 + t_2 + t_3$, то, решив это уравнение, найдём, что девочка скушала $N = 4$ пирожка.

Критерии оценивания

Выражение для времени движения девочки до привала 2
Выражение для продолжительности трапезы 2
Выражение для времени поездки на волке 2
Запись уравнения полного времени 2
Решение уравнения и верный ответ 2

Задача 2. Графики

(Пёрышкин А.)

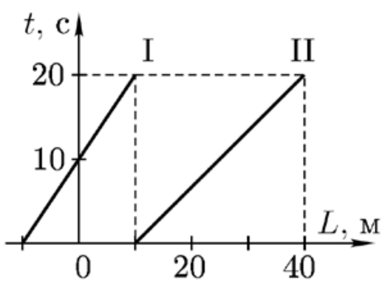


Рис. 1

Экспериментатор Глюк исследовал графики равномерного движения (рис. 1). У какого тела (I или II) скорость больше? Во сколько раз?

Решение

Из графика видно, что за время $t = 20$ с тело I преодолеет расстояние $L_{\mathrm{I}} = 20$ м, а тело II – $L_{\mathrm{II}} = 30$ м. У тела I скорость $v_{\mathrm{I}} = L_{\mathrm{I}}/t = 1$ м/с, а у тела II скорость $v_{\mathrm{II}} = L_{\mathrm{II}}/t = 1{,}5$ м/с. Следовательно, v_{II} в полтора раза больше v_{I}.

Критерии оценивания

Формула для скорости 2
Значение v_{I} 3
Значение v_{II} 3
Отношение скоростей 2

Задача 3. Две тележки

(Пёрышкин А.)

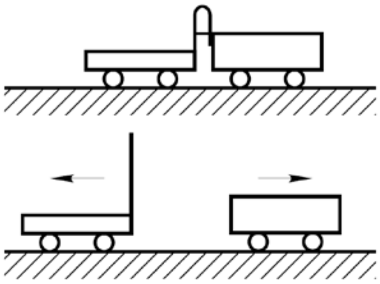


Рис. 2

На столе стоит тележка с прикреплённой к ней упругой пластинкой. Пластинка согнута «в дугу» и связана нитью. Со стороны пружины на стол ставят ещё одну тележку (рис. 2 а). После пережигания нити обе тележки приходят в движение и разъезжаются в разные стороны (рис. 2 б).

Скорость первой тележки υ_1 = 30 см/с, а скорость второй υ_2 = 0,72 км/ч. Масса какой тележки больше? Во сколько раз?

Решение

Во-первых, выразим обе скорости в единицах СИ:

$$\upsilon_1 = 30 \text{ см/с} = 0{,}3 \text{ м/с}, \quad \upsilon_2 = 0{,}72 \text{ км/ч} = 720 \text{ м}/3600 \text{ с} = 0{,}2 \text{ м/с}.$$

В учебниках физики для 7 класса (например, в учебнике «Физика-7» под редакцией А.В. Пёрышкина, издательство «Дрофа», 2001 г.) сказано: «Если после взаимодействия тела приобрели разные скорости, то их массы различны. Во сколько раз скорость первого тела больше (меньше) скорости второго тела, во столько раз масса первого тела меньше (больше) массы второго.» (стр. 45). Исходя из этого закона, запишем:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1{,}5.$$

Следовательно, масса второго тела в полтора раза больше массы первого тела.

Критерии оценивания

Значение υ_1 в СИ... 1
Значение υ_2 в СИ... 2
Формула для отношения масс 3
Отношение масс.. 4

Задача 4. Винни-Пух и мёд

(Замятнин М.)

В бочку объёмом 90 л, которая была на две трети заполнена мёдом, залез Винни-Пух. При этом уровень мёда поднялся до краёв, и ещё 9 кг мёда вытекло наружу, а из бочки осталась торчать голова медвежонка, объём которой равен одной десятой объёма Винни. Определите массу Винни-Пуха, если его средняя плотность составляет 1000 кг/м^3. Плотность мё-да 1500 кг/м^3.

Решение

Для седьмого класса ещё не известна сила Архимеда, да и не факт, что медведь плавает свободно. Может быть, он держится за стенки бочки. Поэтому дано, что из мёда торчит только одна десятая часть его тела. Объём части медведя в бочке равен сумме объёма ранее свободного места (90/3 = 30 л) и объёма вытесненного мёда ($9/1500 = 6\cdot10^{-3}$ м^3 = 6 л), то есть 36 л. По условию, это составляет 0,9 от всего объёма Винни-Пуха. Значит, объём медведя 36/0,9 = 40 л, и его масса 40 кг.

Критерии оценивания

Вычисление объёма вытесненного мёда.. 2
Вычисление объёма туловища Винни-Пуха 2
Нахождение полного объёма медведя... 4
Ответ.. 2

8 класс

Задача 1. Нагревание воды

(Замятнин М.)

Ко дну калориметра прикреплён плоский нагревательный элемент, над которым находится тонкий слой льда. После того, как нагревательный элемент включили на время τ_1, лёд нагрелся на Δt = 2°C. Какое время τ_2 может потребоваться для увеличения температуры содержимого калориметра ещё на Δt = 2°C?

Потерями теплоты в окружающую среду и теплоёмкостью калориметра можно пренебречь. Процесс теплообмена внутри калориметра можно считать достаточно быстрым. Удельная теплоёмкость льда c_1 = 2,1 кДж/(кг·°C), воды c_2 = 4,2 кДж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг.

Решение

После первого нагревания (в зависимости от конечной температуры льда) возможны следующие предельные варианты.

1. Если получился лёд при температуре меньшей −2°C, то на повторный нагрев понадобится столько же теплоты и времени, сколько было затрачено на первый, а именно:

$$Q = mc_1\Delta t. \tag{1}$$

2. Если получился лёд при температуре 0°C, тогда сначала придётся его расплавить, а затем нагреть полученную воду на 2°C, то есть затратить $Q_1 = m\lambda + mc_2\Delta t$ теплоты. Подставляя значение m из (1), найдём

$$Q_1 = \frac{Q(\lambda + c_2\Delta t)}{c_1\Delta t} = 80,6Q.$$

Искомое время нагревания лежит в диапазоне $\tau_1<\tau_2<80,6\tau_1$.

Критерии оценивания

Предельный случай нагрева льда 2
Теплота таяния льда и нагрева воды в другом предельном случае 4
Определение отношений теплот для предельных случаев 2
Ответ в виде диапазона времён 2

Задача 2. L-образная трубка

(Замятнин М.)

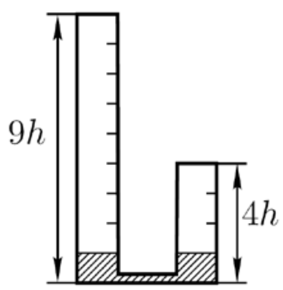


Рис. 3

Какой максимальный объём масла плотностью ρ_1 = 0,8 г/см^3 можно налить в L-образную трубку с открытыми концами, частично (до высоты h) заполненную водой плотностью ρ_2 = 1,0 г/см^3? Площадь горизонтального сечения вертикальных частей трубки равна S. Объёмом горизонтальной части трубки можно пренебречь. Вертикальные размеры трубки и высота столба воды приведены на рисунке 3 (высоту h считать заданной).

Примечание. Затыкать открытые концы трубки, наклонять её или выливать из неё воду запрещено.

Решение

Пытаясь налить наибольший объём масла в трубку, надо стараться максимально использовать давление столба воды, чтобы уравновесить его маслом возможно большей высоты. Для этого будем доливать в высокое колено масло до тех пор, пока оно не вытеснит всю воду во второе колено. При этом столб масла будет иметь высоту $H = 2h\cdot1,25 = 2,5h$. Далее есть два пути, приводящих к одинаковому результату. Можно в оба колена долить по $2hS$ масла, а можно лить его только в высокое колено, тогда из-за меньшей плотности масло станет «пробулькивать» через воду и займёт весь оставшийся во втором колене объём. Окончательно получаем ответ $Y = (2{,}5h + 2\cdot 2h)S = 6{,}5hS$.

Критерии оценивания

Идея максимизации объёма масла 1
Расчёт первого этапа заполнения 3
Расчёт второго этапа заполнения 3
Окончательный ответ 3

Задача 3. О плотности золота

(Фольклор)

Английский купец говорит русскому, что у них в Англии плотность золота 0,697 фунтов на дюйм в кубе. Русский купец отвечает, что если длину измерять в аршинах, а вес – в пудах, то плотность золота на Руси будет равна... Чему равна плотность золота на Руси?

Примечание. В одном фунте 0,4536 кг, в одном футе 12 дюймов, в одном дюйме 25,4 мм, в 1 пуде 16,38 кг, в одной сажени три аршина или 2,1336 м.

Решение

Найдём переводной коэффициент из фунтов в пуды:

$$\alpha = \frac{0,4536}{16,38} \approx 27,7 \cdot 10^{-3}.$$

Переводной коэффициент из дюймов в аршины:

$$\beta = \frac{25,4 \cdot 10^{-3}}{2,1336/3} \approx 35,71 \cdot 10^{-3}.$$

В одном кубическом дюйме содержится $\beta^3 = (35{,}71\cdot 10^{-3})^3 = 45{,}56\cdot 10^{-6}$ кубических аршин. Следовательно, плотность золота

$$\rho = 0,697 \frac{\alpha}{\beta^3} \approx 424 \text{ пуда/аршин}^3.$$

Критерии оценивания

Преобразование фунтов в пуды 2
Преобразование дюймов в аршины 2
Нахождение объёмного коэффициента 2
Ответ для плотности 4

Задача 4. Две буквы

(Кармазин С.)

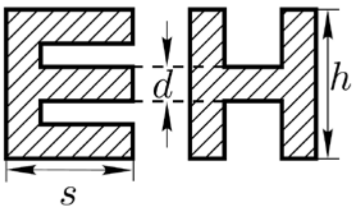


Рис. 4

Экспериментатор Глюк решил оформить стенд о своих научных достижениях. Чтобы сделать красивый заголовок стенда, он выпилил лобзиком буквы из однородного листа тонкой фанеры. Измерив массу некоторых из получившихся букв, Глюк с удивлением обнаружил, что буквы Е и Н имеют одну и ту же массу. У всех букв высота h = 8 см, ширина s = 5 см, а толщина линий d одинакова (рис. 4). Чему равна толщина d?

Решение

Масса буквы равна произведению плотности фанеры на объём буквы, который равен произведению площади поверхности буквы на толщину листа фанеры. Поскольку по условию толщина и плотность материала одинаковы, то массы двух букв будут равны в случае, если равны площади их поверхностей.

Приравняем суммарные площади всех прямоугольников, из которых состоят буквы Е и Н соответственно:

$$hd + 3(s - d)d = 2hd + (s - 2d)d.$$

Сокращая на d и раскрывая скобки, получаем:

$$d = 2s - h = 2\,\text{см}.$$

Критерии оценивания

Идея о пропорциональности между массой и площадью 1
Выражения для масс букв.. 6
Составление и решение соответствующего уравнения... 2
Выражение для d и численный ответ 1

9 класс

Задача 1. Встречное движение

(Слободянин В.)

Из пункта A в пункт B выехал автомобиль «Волга» со скоростью 80 км/ч. В то же время навстречу ему из пункта B выехал автомобиль «Жигули». В 12 часов дня машины проехали мимо друг друга. В 12:32 «Волга» прибыла в пункт B, а ещё через 18 минут «Жигули» прибыли в A. Вычислите скорость «Жигулей».

Решение

«Волга» проехала путь от пункта А до места встречи с «Жигулями» за время t_x, а «Жигули» этот же участок проехали за t_1 = 50 минуты. В свою очередь, «Жигули» проехали путь от пункта B до места встречи с «Волгой» за время t_x, а «Волга» этот же участок проехала за t_2 = 32 минуты. Запишем эти факты в виде уравнений:

$$\upsilon_2 t_x = \upsilon_1 t_1, \qquad \upsilon_1 t_x = \upsilon_2 t_2,$$

где υ_1 – скорость «Жигулей», а υ_2 – скорость «Волги». Поделив почленно одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{t_2}{t_1}} = 0,8.$$

Отсюда $\upsilon_1 = 0{,}8\upsilon_2$ = 64 км/ч.

Критерии оценивания

Нахождение t_1 и t_2.. 2
Составление системы уравнений 4
Выражение для отношения скоростей 2
Ответ.. 2

Задача 2. Н-образная несимметричная трубка

(Замятнин М.)

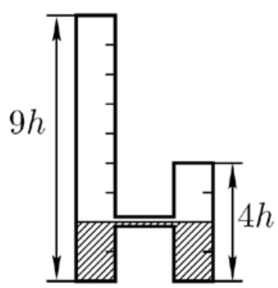


Рис. 5

Какой максимальный объём воды плотностью ρ_1 = 1,0 г/см^3 можно налить в Н-образную несимметричную трубку с открытыми верхними концами, частично заполненную маслом плотностью ρ_2 = 0,8 г/см^3? Площадь горизонтального сечения вертикальных частей трубки равна S. Объёмом горизонтальной части трубки можно пренебречь. Вертикальные размеры трубки и высота столба масла приведены на рисунке 5 (высоту h считать заданной).

Примечание. Затыкать открытые концы трубки, наклонять её или выливать из неё масло запрещено.

Решение

Важно, чтобы в коротком колене осталось как можно меньше масла. Тогда в высокой трубке можно будет создать столб максимальной высоты, превышающей $4h$. Для этого начнём наливать воду в правое колено. Так будет продолжаться до тех пор, пока уровень воды не достигнет $2h$ в правом колене, а уровень масла, соответственно, – $3h$ в левом. Дальнейшее вытеснение масла невозможно, так как граница раздела масло-вода в правом колене станет выше соединительной трубки, и в левое колено начнёт поступать вода. Процесс добавления воды придётся прекратить, когда верхняя граница масла в правом колене достигнет верха колена. Условие равенства давлений на уровне соединительной трубки даёт:

$$(2h + x)\cdot 0{,}8\rho_1 = \rho_1 h + 0{,}8\rho_1 h,$$

откуда $x = 0{,}25h$. Окончательно, воды удалось налить $4{,}25h$.

Критерии оценивания

Идея максимизации объёма воды	1
Расчёт первого этапа заполнения	2
Расчёт второго этапа заполнения	4
Окончательный ответ	3

Задача 3. Электронагреватель

(Слободянин В.)

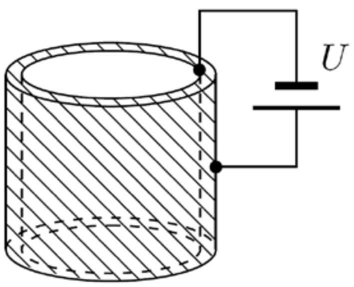


Рис. 6

Пространство между двумя коаксиальными металлическими цилиндрами заполнено водой, находящейся при температуре t_0 = 20°C (рис. 6). Расстояние между цилиндрами равно 1 мм и значительно меньше их радиусов. Цилиндры подключают к источнику постоянного напряжения U = 42 В. Через какое время вода между цилиндрами закипит?

Теплоёмкостью цилиндров и потерями теплоты пренебречь. Атмосферное давление нормальное. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, удельная теплоёмкость воды c = 4200 Дж/(кг·°С), удельное электрическое сопротивление воды r = 3200 Ом·м.

Решение

Электрическое сопротивление слоя воды можно рассчитать по формуле

$$R = r\frac{d}{S} = r\frac{d}{lh}, \tag{1}$$

где d – расстояние между цилиндрами, S – площадь поверхности контакта, l – длина окружности цилиндров, h – высота цилиндров. Согласно закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделившейся при прохождении электрического тока, равно

$$Q = \frac{U^2}{R}t = \frac{U^2 lh}{rd}t, \tag{2}$$

где τ – время прохождения тока. Этого количества теплоты должно хватить для нагревания воды:

$$Q = mc\mathrm{D}t = crlhd\mathrm{D}t.$$

Приравнивая выражения (1) и (2), находим время нагревания

$$t = \frac{crd^2\mathrm{D}t}{U^2} » 609\text{ с.} » 10\text{ мин.}$$

Критерии оценивания

Выражение для *R*...3
Закон Джоуля-Ленца...3
Решение уравнений и получение выражения для τ 3
Численный ответ...1

Задача 4. Симметричная схема (1)

(Слободянин В.)

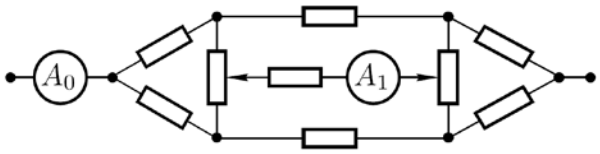


Рис. 8

В электрической цепи (рис. 8) сила тока, текущего через амперметр A_0, равна I_0. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно *R*. Вычислите силу тока I_1, текущего через амперметр A_1. Подвижные контакты переменных резисторов установлены на середину так, что сопротивление от них до соответствующих выводов резистора равно *R*/2.

Решение

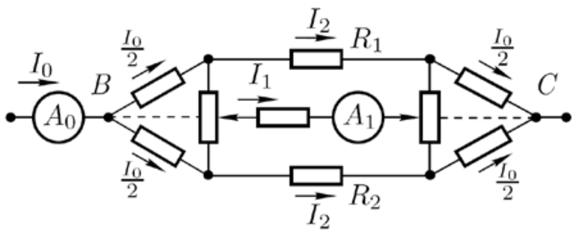


Рис. 9

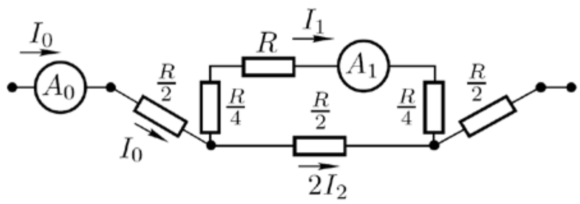


Рис. 10

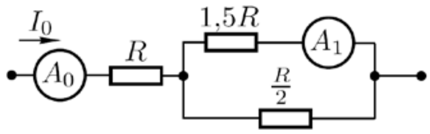


Рис. 11

Пусть сила тока, протекающего через резистор R_1, равна I_2 (рис. 9). В силу симметрии схемы относительно оси *BC* (пунктирная линия) сила тока, протекающего через R_2, также равна I_2. Сила тока, протекающего через остальные резисторы, легко находится из той же симметрии. Если схему «сложить» относительно осевой линии *BC*, то получится эквивалентная схема, представленная на рисунке 10. Сопротивления резисторов в ней равны *R*/2 и *R*/4 из-за возникшего параллельного соединения резисторов сопротивлением *R* и *R*/2 после операции «сложения». Ещё упростим схему (рис. 11). Поскольку в цепи, состоящей из двух параллельно соединённых резисторов, силы тока обратно пропорциональны их сопротивлениям, то

$$\frac{I_1}{2I_2} = \frac{R/2}{1,5R}, \quad \text{откуда} \quad 3I_1 = 2I_2.$$

С другой стороны, $I_1 + 2I_2 = I_0$. Отсюда находим $I_1 = 0,25I_0$.

Критерии оценивания

Идея о симметрии схемы и протекающих в ней токах...3
Связь токов, текущих по разным ветвям схемы...4
Нахождение I_1...3

10 класс

Задача 1. Две планки

(Фольклор)

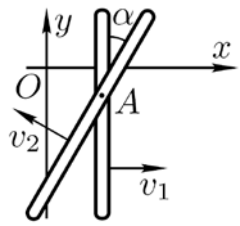


Рис. 12

Тонкую длинную планку перемещают вдоль оси Ox с постоянной скоростью υ_1. Её пересекает под углом α другая планка (рис. 12), скорость которой υ_2. С какой скоростью движется вдоль оси Oy точка A, лежащая на пересечении планок?

Решение

Пусть в некоторый момент времени планки пересекаются в точке A, лежащей на оси Ox. Через промежуток времени Δt они будут пересекать ось Ox соответственно в точках A_1 и A_2, которые отстоят друг от друга на расстояние

$$\Delta x = v_1\Delta t + \frac{v_2\Delta t}{\cos\alpha}.$$

За время Δt место пересечения планок сместилось вдоль оси Oy на расстояние $\Delta y = \Delta x/\mathrm{tg}\,\alpha$. Следовательно, искомая скорость

$$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\cdot\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \left(v_1 + \frac{v_2}{\cos\alpha}\right)\cdot\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{v_1\cos\alpha + v_2}{\sin\alpha}.$$

Критерии оценивания

Смещение точки A_1 2
Смещение точки A_2 2
Изменение расстояния между A_1 и A_2 2
Смещение места пересечения планок по оси Oy 2
Ответ 2

Задача 2. Любителям водных походов

(Кармазин С.)

При гребле на байдарке по «гладкой воде» в месте вытаскивания весла из воды образуется маленький водоворотик. Если гребец делает $n_1 = 24$ гребка в минуту, то расстояние между соседними водоворотиками равно $L_1 = 4$ м. Вычислите расстояние L_2 между водоворотиками, если тот же гребец на той же лодке будет делать $n_2 = 20$ гребков в минуту. Считайте, что в обоих случаях за один гребок спортсмен всегда совершает одну и ту же работу, а лодка движется с постоянной скоростью. Со стороны воды на лодку действует сила сопротивления F, прямо пропорциональная скорости лодки.

Решение

Пусть любителем водных походов за один гребок совершается работа A_0. Тогда в первом случае он развивает мощность $P_1 = n_1A_0$, а во втором случае $P_2 = n_2A_0$.

По условию скорости лодок в обоих случаях постоянны и равны υ_1 и υ_2. Следовательно, мощность гребца затрачивается на преодоление сопротивления воды:

$$P_1 = F_1\upsilon_1, \qquad P_2 = F_2\upsilon_2.$$

С учетом того, что $F = \alpha\upsilon$, где α – коэффициент пропорциональности, последние равенства можно переписать в виде:

$$P_1 = \alpha\upsilon_1^2, \qquad P_2 = \alpha\upsilon_2^2.$$

Приравняв известные выражения для мощностей, получим:

$$n_1A_0 = \alpha\upsilon_1^2, \qquad n_2A_0 = \alpha\upsilon_2^2.$$

Следовательно,

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}}.$$

Расстояния между соседними водоворотами в первом и во втором случаях равны соответственно

$$L_1 = \frac{\upsilon_1}{n_1}, \qquad L_2 = \frac{\upsilon_2}{n_2}.$$

Отсюда

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}.$$

Окончательно

$$L_2 = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} L_1 \approx 4,4\,\text{м}.$$

Критерии оценивания

Выражение для мощностей через n_1 и n_2 1
Выражение для мощностей через скорости 2
Приравнивание этих двух выражений 1
Отношение скоростей 2
Отношение расстояний между водоворотиками через отношение скоростей и числа водоворотиков в секунду 2
Формула для L_2 1
Численное значение L_2 1

Задача 3. О свинце, плавающем в ртути

(Шеронов А.)

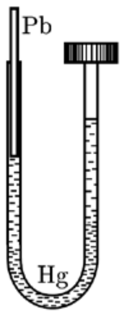


Рис. 13

U-образная длинная тонкая трубка постоянного внутреннего сечения заполнена ртутью так, что в каждом из открытых в атмосферу вертикальных колен остаётся слой воздуха высотой H = 320 мм. Правое колено плотно закрыли пробкой, а в левое опустили кусок свинцовой проволоки, зазор между проволокой и трубкой много меньше диаметра трубки (рис. 13). Какой максимальной длины L могла быть проволока, если при этом ртуть не выливалась из зазора между проволокой и трубкой?

Примечание. Плотность ртути $\rho_{\text{Hg}} = 13{,}55$ г/см^3, плотность свинца $\rho_{\text{Pb}} = 11{,}35$ г/см^3. Атмосферное давление p_0 = 720 мм. рт. ст., температура в течение всего опыта оставалась постоянной.

Решение

Пусть площадь сечения проволоки равна S. Плотность свинца меньше плотности ртути, поэтому проволока плавает в левом колене трубки, опустившись ниже первоначального уровня ртути на глубину ΔH. При наибольшей длине проволоки ртуть слева доходит до края трубки. Давление воздуха в правом колене возрастёт до p за счёт подъёма уровня ртути на высоту ΔH.

По закону Паскаля

$$p_0 + \rho_{\text{Hg}} g H = p + \rho_{\text{Hg}} g \Delta H, \qquad p - p_0 = \rho_{\text{Hg}} g (H - \Delta H).$$

По закону Бойля-Мариотта для воздуха в правом колене

$$p_0 H S = p(H - \Delta H)S.$$

Определим отсюда ΔH:

$$p_0 = \left(p_0 + \rho_{\text{Hg}} g (H - \Delta H)\right)(H - \Delta H),$$

$$H-\Delta H=-\frac{p_0}{2\rho_{\rm Hg}g}\pm\sqrt{\frac{p_0{}^2}{4\rho_{\rm Hg}{}^2g^2}+\frac{p_0H}{\rho_{\rm Hg}g}}\geq 0.$$

Отсюда

$$\Delta H=H+\frac{p_0}{2\rho_{\rm Hg}g}-\sqrt{\frac{p_0{}^2}{4\rho_{\rm Hg}{}^2g^2}+\frac{p_0H}{\rho_{\rm Hg}g}}=80\,\text{мм}.$$

Условие плавания проволоки:

$$\rho_{\rm Pb}gSL=\rho_{\rm Hg}gS(H+\Delta H).$$

Окончательно

$$L=\frac{\rho_{\rm Hg}}{\rho_{\rm Pb}}(H+\Delta H)\approx 480\,\text{мм}.$$

Критерии оценивания

Закон Паскаля 2
Закон Бойля-Мариотта.......... 2
Составление и решение квадратного уравнения 4
Выбор корня и ответ 2

Задача 4. Испарение тумана

(Слободянин В.)

В закрытой камере находится m_1 = 1 мг взвеси мельчайших капелек воды и m_2 = 100 мг водяного газа (пара). На сколько процентов возрастёт давление в камере к тому моменту, когда в результате испарения радиус капелек r уменьшится на 4%? Считайте, что температура в камере поддерживается постоянной, а диаметр всех капелек одинаков.

Решение

Пусть сначала давление пара в камере равно

$$p=\frac{m_2}{V}\cdot\frac{RT}{\mu}.$$

При испарении Δm граммов воды с поверхности капель давление в камере возрастёт на

$$\Delta p=\frac{\Delta m}{V}\cdot\frac{RT}{\mu}.$$

Отношение $\Delta p/p=\Delta m/m_2$.

Масса воды, содержащейся в капельной форме, как функция от r, равна

$$m_1(r)=N\rho\alpha r^3,$$

где N – число капель, ρ – плотность воды, а α – некоторый численный коэффициент.

Масса капель после испарения (новый радиус $r'=r-\Delta r$):

$$m_1(r')=N\rho\alpha(r-\Delta r)^3\approx N\rho\alpha(r^3-3r^2\Delta r).$$

Следовательно, испарившаяся масса воды равна $\Delta m=3N\rho\alpha^2\Delta r$.

Отношение $\Delta m/m_1=3\Delta r/r$. Следовательно,

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{\Delta m}{m_2}=\frac{\Delta m}{m_1}\cdot\frac{m_1}{m_2}=\frac{3\Delta r}{r}\cdot\frac{m_1}{m_2}=0{,}12\%.$$

Критерии оценивания

Выражение для первоначального давления в камере.......... 2
Выражение для приращения давления через массу испарившейся воды.......... 1
Массы воды до и после испарения.......... 2
Нахождение массы испарившейся воды 2
Конечная формула и численный ответ.......... 3

Задача 5. Симметричная схема (2)

(Фольклор)

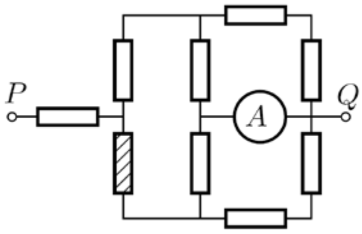


Рис. 14

В электрической цепи (рис. 14) амперметр A показывает I_1 = 32 мА. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно R. Вычислите силу тока I_x, который будет протекать через амперметр, если перегорит резистор, заштрихованный на схеме. Напряжение, подаваемое на разъёмы P и Q цепи, постоянно.

Решение

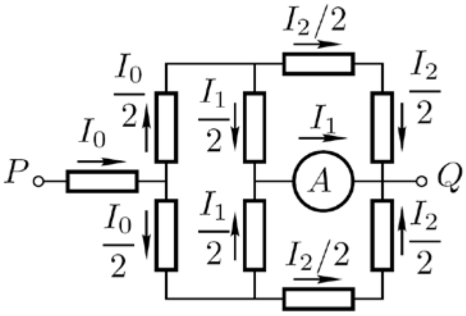


Рис. 15

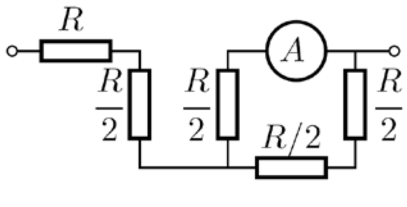


Рис. 16

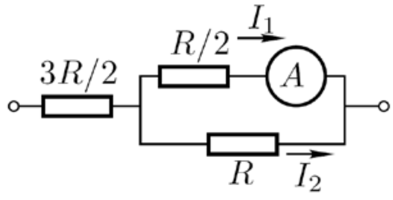


Рис. 17

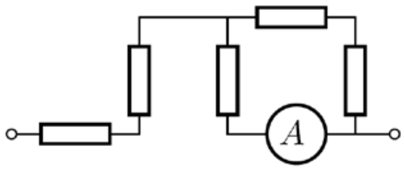


Рис. 18

Пусть ток течёт от узла P к узлу Q. Укажем на схеме направление тока и силу тока в соответствующих участках цепи (рис. 15). С учетом симметрии схемы (относительно пунктирной линии) её можно упростить, «сложив» верхнюю и нижнюю части (рис. 16). Приведём последнюю схему к более удобному виду (рис. 17). Сила тока I_2 в нижней ветви в два раза меньше, чем I_1. Следовательно, сила тока, втекающего в цепь, $I_0 = 3I_1/2$. Сопротивление всей цепи

$$R_0 = \frac{3}{2}R + \frac{1}{3}R = \frac{11}{6}R,$$

а напряжение между узлами P и Q равно

$$U = I_0 R_0 = \frac{3}{2} I_1 \cdot \frac{11}{6} R = \frac{11}{4} I_1 R.$$

Если перегорит резистор, заштрихованный на схеме, ток через нижнюю часть цепи течь не будет. В этом случае эквивалентная схема цепи может быть представлена в виде (рис. 18). Теперь сопротивление всей цепи

$$R_0{}' = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R,$$

а сила тока

$$I_0{}' = \frac{U}{R_0{}'} = \frac{11}{4} I_1 R \cdot \frac{3}{8R} = \frac{33}{32} I_1.$$

Сила тока, протекающего через амперметр и последовательно соединённый с ним резистор R, вдвое больше, чем через верхний участок цепи с сопротивлением $2R$ (при параллельном соединении силы токов обратно пропорциональны сопротивлению резисторов). Следовательно,

$$I_x = \frac{2}{3} I_0{}' = \frac{22}{32} I_1 = 22\,\text{мА}.$$

Критерии оценивания

Нахождение I_0 3
Определение R_0 и U 3
Определение R_0' и I_0' 3
Ответ 1

11 класс

Задача 1. Об одной проблеме общения с инопланетянами

(Фольклор)

Ученые обратили внимание на то, что единицы длины, времени и массы «приспособлены» к людям и связаны с особенностями планеты Земля, но могут оказаться «неудобными» при контактах с представителями внеземных цивилизаций. Поэтому было предложено в качестве основных механических единиц взять фундаментальные постоянные $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с, $G \approx 7 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² и $\hbar \approx 1 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Тогда единицы длины l_P, времени t_P и массы m_P будут производными от этих физических величин и выражаться через них. Такие единицы назвали планковскими.

Выразите единицы длины l_P, времени t_P и массы m_P через «новые» основные единицы c, G и $\hbar$, взятые в соответствующей степени. Примите коэффициент пропорциональности между производной единицей и основными единицами равным 1. Сколько метров в единице длины l_P, секунд в единице времени t_P и килограммов в единице массы m_P?

Решение

Размерность скорости света – м/с. Заметив, что Н = кг·м/с^2, а Дж = кг·м^2/с^2, получим соответствующую размерность для гравитационной постоянной кг^3/(м·с^2) и постоянной Планка кг·м^2/с.

Найдём размерность комбинации $x = c^{\alpha} G^{\beta} \hbar^{\gamma}$:

$$[x] = \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^{\alpha} \left(\frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}\right)^{\beta} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}\right)^{\gamma} = \text{м}^{\alpha+3\beta+2\gamma} \text{с}^{-\alpha-2\beta-\gamma} \text{кг}^{-\beta+\gamma}$$

Для l_P имеем:

$$\begin{cases} \alpha_l + 3\beta_l + 2\gamma_l = 1, \\ -\alpha_l - 2\beta_l - \gamma_l = 0, \\ -\beta_l + \gamma_l = 0, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} \alpha_l = -\dfrac{3}{2}, \\ \beta_l = \dfrac{1}{2}, \\ \gamma_l = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-35}\,\text{м}.$$

Для t_P:

$$\begin{cases} \alpha_t + 3\beta_t + 2\gamma_t = 0, \\ -\alpha_t - 2\beta_t - \gamma_t = 1, \\ -\beta_t + \gamma_t = 0, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} \alpha_t = -\dfrac{5}{2}, \\ \beta_t = \dfrac{1}{2}, \\ \gamma_t = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 10^{-44}\,\text{с}.$$

Отметим, что можно было не решать систему, а сразу заметить, что $t_P = l_P / c$.

Для m_P:

$$\begin{cases} \alpha_m + 3\beta_m + 2\gamma_m = 0, \\ -\alpha_m - 2\beta_m - \gamma_m = 0, \\ -\beta_m + \gamma_m = 1, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} \alpha_m = \dfrac{1}{2}, \\ \beta_m = -\dfrac{1}{2}, \\ \gamma_m = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$m_P = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \approx 2{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ кг.}$$

Критерии оценивания

Определение размерности G и $\hbar$ через метры, секунды и килограммы 2
Выражение для размерности произвольной комбинации c, G и $\hbar$ 2
Выражение и численный ответ для l_P 2
Выражение и численный ответ для t_P 2
Выражение и численный ответ для m_P 2

Задача 2. Цилиндр и кубик на наклонной плоскости

(Сухов В., Русаков А.)

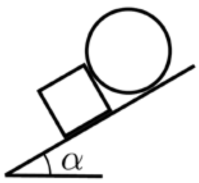


Рис. 19

На наклонной плоскости лежит кубик массой m. На ту же плоскость аккуратно кладут цилиндр так, что он соприкасается с боковой гранью кубика (рис. 19). При какой максимальной массе M_{max} цилиндра система будет оставаться в равновесии? Коэффициент трения между всеми поверхностями, о которых идет речь в задаче, равен $\mu = 0{,}5$. Угол α наклона плоскости таков, что $\operatorname{tg} \alpha = 1/4$. Радиус цилиндра меньше длины ребра кубика.

Решение

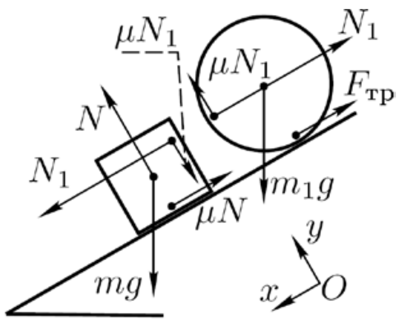


Рис. 20

Направим ось Ox вдоль наклонной плоскости сверху вниз, а ось Oy – перпендикулярно ей вверх (рис. 20). В проекции на оси Ox и Oy сумма сил, действующих на кубик равна 0:

$$mg\sin\alpha + N_1 - \mu N = 0,$$

$$N - mg\cos\alpha - \mu N_1 = 0.$$

Из данной системы можем найти N_1:

$$N_1 = \frac{\mu - \operatorname{tg}\alpha}{1-\mu^2} mg\cos\alpha.$$

Для цилиндра в проекции на ось Ox сумма сил равна:

$$m_1 g\sin\alpha - N_1 - F_{\text{ðð}} = 0.$$

Так как цилиндр не вращается, сумма моментов сил, действующих на него, равна 0. В качестве полюса, относительно которого заданы моменты, удобно принять ось цилиндра:

$$F_{\text{ðð}} R - \mu N_1 R = 0.$$

Зная $F_{\text{тр}} = \mu N_1$ и саму силу N_1, находим

$$M_{\max} = \frac{\mu \operatorname{ctg}\alpha - 1}{1-\mu} m.$$

Критерии оценивания

Второй закон Ньютона для кубика в проекции на оси 2

Выражение для силы трения кубика о поверхность в предельном случае.................................. 1
Второй закон Ньютона и правило моментов для цилиндра.. 3
Решение системы уравнений и получение верного ответа 4

Задача 3. Расширение гелия

(Шеронов А.)

Один моль гелия расширяется так, что его давление линейно зависит от объёма. Температуры в исходном и конечном состояниях одинаковы. Вычислите работу, совершаемую газом, если известно, что в ходе рассматриваемого процесса разность между максимальной и минимальной температурой равна ΔT, а объём гелия увеличивается в k раз, причём $k > 1$.

Решение

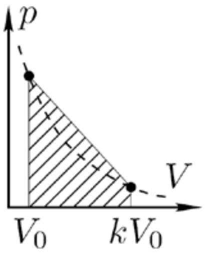


Рис. 21

Пусть в начальном состоянии объем гелия Y_0, давление p_0, а температура T_0. По условию конечный объем Y_1. Так как начальная и конечная температуры газа равны, из уравнения состояния найдём конечное давление: $p_1 = p_0/k$.

Работа, совершённая газом в указанном процессе, численно равна площади под графиком (рис. 21):

$$A = \frac{1}{2}\left(p_0 + \frac{p_0}{k}\right)(kV_0 - V_0) = \frac{p_0V_0}{2k}(k^2 - 1).$$

Запишем уравнение процесса расширения гелия:

$$\frac{p_0 - p}{V - V_0} = \frac{p_0 - p_1}{kV_0 - V_0} = \frac{1}{k}\frac{p_0}{V_0}.$$

Перепишем его в виде:

$$p + V\frac{p_0}{kV_0} = \frac{k+1}{k}p_0. \qquad (2)$$

Продифференцируем это уравнение по объёму:

$$\frac{dp}{dV} + \frac{p_0}{kV_0} = 0. \qquad (3)$$

Найдём объём и давление гелия в состоянии, где его температура максимальна. Для этого продифференцируем уравнение состояния ($pY = \nu RT$) по объёму:

$$V\frac{dp}{dV} + p = \nu R\frac{dT}{dV}. \qquad (4)$$

Из (2), (3) и (4) найдём:

$$V_{\max} = V_0\frac{k+1}{2}, \qquad p_{\max} = p_0\frac{k+1}{2}.$$

Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для начального состояния и состояния, в котором температура гелия максимальна и равна $T_0 + \Delta T$:

$$p_0V_0 = \nu RT_0, \qquad p_{\max}V_{\max} = \frac{p_0V_0}{k}\left(\frac{k+1}{2}\right)^2 = \nu R(T + \Delta T).$$

Из этих двух уравнений найдём

$$\nu R\Delta T = p_0V_0\left(\frac{1}{k}\left(\frac{k+1}{2}\right)^2 - 1\right) = \frac{p_0V_0}{4k}(k-1)^2.$$

С учётом последнего уравнения, выражение для работы примет вид:

$$A = 2\nu R\Delta T\left(\frac{k+1}{k-1}\right).$$

Критерии оценивания

Определение конечного давления 1
Определение работы, совершённой телом 2
Уравнение процесса 1
Определение объёма и давления при максимальной температуре 2
Выражение для ΔT через $Y_{\max}$ и $p_{\max}$ 2
Ответ 2

Задача 4. Замыкание и размыкание ключа

(Шеронов А.)

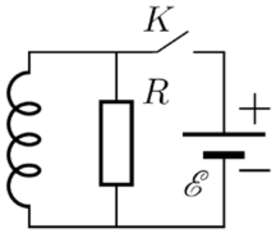


Рис. 22

В электрической цепи (рис. 22) ключ K замкнули на некоторое время τ, а потом разомкнули. За время после размыкания ключа через катушку индуктивности протёк заряд q_2 = 9 мкКл. Какой заряд q_1 протёк через резистор R за время, пока ключ был замкнут? Вычислите продолжительность времени τ, на которое замкнули ключ K. Сопротивление резистора R = 500 кОм, ЭДС батарейки U = 9 В. Внутренним сопротивлением батарейки и сопротивлением катушки индуктивности пренебречь.

Решение

После замыкания ключа в катушке индуктивности возникнет ЭДС индукции, равная $LdI/dt = U$. Следовательно, $LdI = Udt$. Так как все элементы цепи можно считать идеальными, а в момент замыкания ключа ток по цепи не протекал, можно записать $L(I_K - 0) = U\tau$. Отсюда

$$I_K = \frac{U}{L}\tau. \qquad (5)$$

За время τ через резистор протечёт заряд

$$q_1 = I_R\tau = \frac{U}{R}\tau. \qquad (6)$$

После размыкания ключа сила тока в цепи будет изменяться по закону $LdI/dt = IR$, то есть $LdI = RIdt = Rdq$. За время переходного процесса сила тока в цепи упадёт от I_K до 0, а через резистор протечёт заряд

$$q_2 = \frac{LI_K}{R}. \qquad (7)$$

Из уравнений (5) и (7) следует:

$$\tau = \frac{q_2 R}{U} = 5\cdot 10^{-4}\,\text{с}.$$

Подставив найденное время τ в уравнение (6), получим:

$$q_1 = I_R\tau = \frac{U}{R}\frac{q_2 R}{U} = q_2 = 9\,\text{мкКл}.$$

Критерии оценивания

Определение I_K 2
Определение заряда q_1 1
Определение заряда q_2 2
Выражение для τ и численный ответ 3
Ответ для q_1 2

Задача 5. Призма в аквариуме

(Слободянин В.)

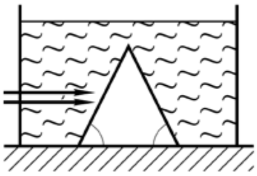


Рис. 23

В аквариуме, заполненном прозрачной жидкостью, закреплена тонкостенная полая равнобедренная призма. Схематично эта ситуация изображена на рисунке 23. Узкий пучок света, распространяющийся параллельно дну аквариума, после прохождения призмы выходит из неё перпендикулярно её боковой грани. Для каких значений показателя преломления жидкости такая ситуация возможна?

Решение

Согласно теореме о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами угол падения равен половинному углу при вершине полой призмы: $\varphi_1 = \alpha/2$, а угол преломления равен углу при вершине полой призмы: $\varphi_2 = \alpha$.

По закону Снелла $n\sin\varphi_1 = \sin\varphi_2$, и после соответствующей подстановки получим

$$n\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\alpha.$$

Воспользуемся тригонометрической формулой $\sin\alpha = 2\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)$.

Тогда получим:

$$n = 2\cos\frac{\alpha}{2}.$$

По физическому смыслу задачи $0 < \alpha < \pi/2$. С учётом этого неравенства получаем:

$$\sqrt{2} < n < 2.$$

Критерии оценивания

Связь между углами призмы и углами преломления и отражения 3
Закон Снелла 2
Ограничение на α 2
Диапазон значений для n 3