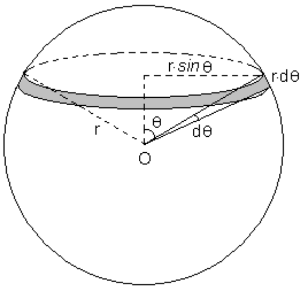
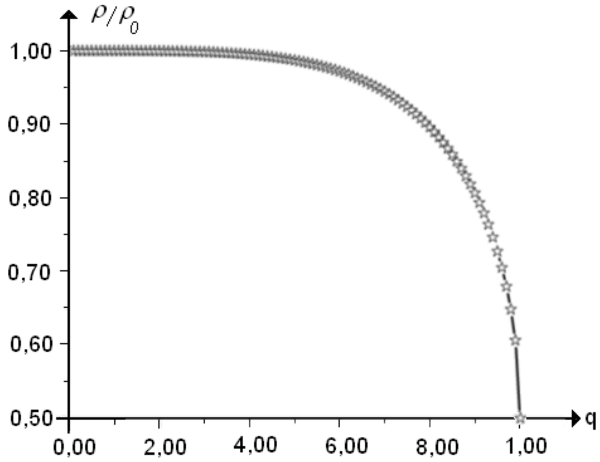
Theoretical Exam - October 27, 2017

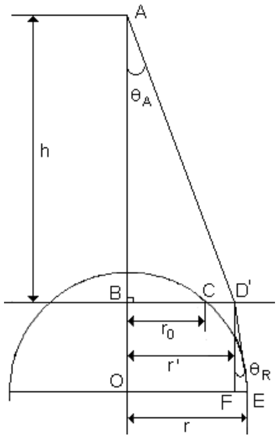
Barem de evaluare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Problema teoretică nr. 2 – Partea B Estimarea densităţii pepenelui din fotografie

Nr. item	*Sarcina de lucru nr. 1*	Punctaj
1a.	Pentru: volumul discului având raza $r\cdot sin\,\theta$ şi grosimea $h'=r\cdot d\theta\cdot\sin\theta$ $dv=\pi\cdot r^3\cdot sin^3\theta\cdot d\theta$ — 0,1p  volumul V_0 al porţiunii din pepene, cufundată în apă $V_0=\int_{\theta_0}^{\pi}\pi\cdot r^3\cdot sin^3\theta\cdot d\theta$ — 0,1p $V_0=\pi\cdot r^3\cdot\frac{2}{3}\cdot\left[1+\frac{cos\,\theta_0}{2}\cdot\left(3-cos^2\theta_0\right)\right]$ — 0,1p $q=\frac{r_0}{r}=sin\,\theta_0$ — 0,1p $V_0=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3\cdot\left[1+\left(1+\frac{q^2}{2}\right)\sqrt{1-q^2}\right]$ — 0,1p	**0,5p**
1b.	Pentru: Condiţia de plutire a pepenelui la suprafaţa apei $\vec{G}+\vec{F_A}=0$ — 0,1p $\rho\cdot V\cdot g=\rho_0\cdot V_0\cdot g$ — 0,1p volumul total al pepenelui $V=\frac{4\cdot\pi\cdot r^3}{3}$ — 0,1p $\rho=\frac{\rho_0}{2}\cdot\left[1+\left(1+\frac{q^2}{2}\right)\cdot\sqrt{1-q^2}\right]$ — 0,1p	**0,4p**
1c.	Pentru: $\frac{d}{dq}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)=-\frac{3\cdot q^3}{4\cdot\sqrt{1-q^2}}<0$ funcţia analizată este monoton descrescătoare — 0,1p $\frac{d^2}{dq^2}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)=-\frac{d}{dq}\left(\frac{3\cdot q^3}{4\cdot\sqrt{1-q^2}}\right)=-\frac{3}{4}\left(\frac{3q^2\sqrt{1-q^2}+q^3\frac{q}{\sqrt{1-q^2}}}{1-q^2}\right)<0$ graficul funcţiei este concav — 0,1p	**1,0p**

<table>
<tr><td></td><td>condiţia de extrem $\frac{d}{dq}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)=0$, $q=0$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$\frac{\rho}{\rho_0}=1$, pentru $q=0$
$\frac{\rho}{\rho_0}=\frac{1}{2}$, pentru $q=1$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td>0,6p</td><td></td></tr>
<tr><td>1d.</td><td>Pentru:</td><td></td><td>0,4p</td></tr>
<tr><td></td><td>dependenţa $\frac{\rho}{\rho_0}=f(q)$ descreşte lent pentru valori ale raportului q cuprinse între 0 şi $0{,}70$. Pentru acest domeniu de valori, incertitudinea în determinarea densităţii ρ a pepenelui, datorată incertitudinii în determinarea raportului q este foarte mică şi în consecinţă rezultatele măsurării sunt acurate</td><td>0,2p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>graficul $\frac{\rho}{\rho_0}=f(q)$ descreşte rapid pentru valori ale variabilei independente q cuprinse între $0{,}85$ şi $1{,}00$. Variaţii mici ale variabilei q conduc la variaţii substanţiale ale raportului $\frac{\rho}{\rho_0}$ şi implicit la variaţii mari ale densităţii pepenelui şi determinarea densităţii pepenelui nu mai este acurată</td><td>0,2p</td><td></td></tr>
<tr><td>1e.</td><td>Pentru:</td><td></td><td>0,4p</td></tr>
<tr><td></td><td>$q_I=0{,}70$</td><td>0,2p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$\rho_I=0{,}94\,g/cm^3$</td><td>0,2p</td><td></td></tr>
<tr><td>Nr. item</td><td>Sarcina de lucru nr. 2</td><td></td><td>Punctaj</td></tr>
<tr><td>2a.</td><td>Pentru:</td><td></td><td>0,6p</td></tr>
<tr><td></td><td>aproximarea segmentul ADE ca ipotenuză a triunghiului AOE (figura 2)</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$tg\,\theta_A=\frac{r}{h+\sqrt{r^2-r_0^2}}$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$tg\,\theta_A=\frac{r'}{h}$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$r'\cdot\sqrt{r^2-r_0^2}=h\cdot(r-r')$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$r^2\cdot\left(h^2-r'^2\right)-2\cdot r\cdot r'\cdot h^2+r'^2\cdot\left(h^2+r_0^2\right)=0$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$r_{1,2}=r'\cdot\frac{h^2\pm\sqrt{h^2\cdot\left(r'^2-r_0^2\right)+r'^2\cdot r_0^2}}{h^2-r'^2}$</td><td>0,1p</td><td></td></tr>
</table>

2b.	Pentru: $\begin{cases} D_{1,foto} = 7{,}9\,cm \\ D_{2,foto} = 4{,}2\,cm \\ D_{3,foto} = 2{,}9\,cm \end{cases}$ 0,2p $\begin{cases} r_0 = 5{,}5\,cm \\ r' = 8{,}0\,cm \end{cases}$ 0,2p $h = 100\,cm$ Pentru estimare se acceptă valori ale lui $h \in [90\,cm, 110\,cm]$; toate aceste valori conduc la acelaşi rezultat pentru estimarea densităţii pepenelui 0,2p $\begin{cases} r_1 = 8{,}52\,cm \\ r_2 = 7{,}58\,cm \end{cases}$ 0,2p soluţia acceptabilă din punct de vedere fizic este cea pentru care $r > r'$ $r = 8{,}52\,cm$ 0,1p $\begin{cases} q_{II} = \dfrac{5{,}50}{8{,}52} \\ q_{II} \cong 0{,}65 \end{cases}$ 0,1p densitatea pepenelui este estimată la $\rho_{II} = 0{,}96\,g/cm^3$ 0,1p	**1,1p**
Nr. item	*Sarcina de lucru nr. 3*	**Punctaj**
3a.	Pentru:  $\sin\theta_A = n \cdot \sin\theta_R$ 0,1p $\begin{cases} \sin\theta_A = \dfrac{BD'}{AD'} \\ \sin\theta_A = \dfrac{r'}{\sqrt{r'^2 + h^2}} \end{cases}$ 0,1p aproximarea liniei $D'E$ ca ipotenuză a triunghiului $D'FE$ 0,1p $\begin{cases} \sin\theta_R = \dfrac{EF}{D'E} \\ \sin\theta_R = \dfrac{EF}{\sqrt{D'F^2 + EF^2}} \end{cases}$ 0,1p $\sin\theta_R = \dfrac{r - r'}{\sqrt{r^2 - r_0^2 + (r - r')^2}}$ 0,1p $\dfrac{r'}{\sqrt{r'^2 + h^2}} = n \cdot \dfrac{r - r'}{\sqrt{r^2 - r_0^2 + (r - r')^2}}$ 0,1p	**0,6p**

3b.	Pentru: $\left[n^2\cdot\left(h^2+r'^2\right)-2\cdot r'^2\right]\cdot r^2-2\cdot r'\cdot\left[n^2\cdot\left(h^2+r'^2\right)-r'^2\right]\cdot r+r'^2\cdot\left[n^2\cdot\left(h^2+r'^2\right)-r'^2+r_0^2\right]=0$ $\begin{cases} r_1 = 8{,}38\,cm \\ r_2 = 7{,}68\,cm \end{cases}$ soluţia acceptabilă din punct de vedere fizic $r = 8{,}38\,cm$ $q_{III} = \dfrac{5{,}50}{8{,}38}$; $q_{III} \cong 0{,}66$ $\rho_{III} = 0{,}96\,g/cm^3$	 0,2p 0,4p 0,1p 0,1p 0,2p	**1,0p**
3c.	Pentru: precizarea că rezultatul estimării nu este influenţat semnificativ de fenomenul de refracţie	 0,2p	**0,2p**
Nr. item	***Sarcina de lucru nr. 4***		**Punctaj**
4a.	Pentru: expresia înălţimii calotei pepenelui $h_c = r\cdot\left(1-\sqrt{1-q^2}\right)$ $h_{c,IV} = 2{,}08\,cm$	 0,2p 0,1p	**0,3p**
4b.	Pentru: $V\left(h_c-\Delta h_c\right)-V\left(h_c\right)=\dfrac{dV}{dh_c}\cdot\left(-\Delta h_c\right)$ expresia forţei arhimedice $F_A' = \left(V\left(h_c\right)-V\left(h_c-\Delta h_c\right)\right)\cdot\rho_0\cdot g = \rho_0\cdot g\,\dfrac{dV}{dh_c}\cdot\Delta h_c$ $F_A' = -K\cdot\Delta h_c$ $K = -\rho_0\cdot g\,\dfrac{dV}{dh_c}$ $\dfrac{dV}{dh_c} = -\pi\cdot h_c\cdot\left(2r-h_c\right)$ constanta de elasticitate $K = \rho_0\cdot g\pi\cdot h_c\cdot\left(2r-h_c\right)$ masa pepenelui $M = \dfrac{4\pi}{3}r^3\cdot\rho$ pulsaţia micilor oscilaţii $\begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{K}{M}} \\ \omega = \sqrt{\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{\rho_0}{\rho}\cdot\dfrac{g}{r}\cdot\left[\dfrac{h_c}{r}\left(2-\dfrac{h_c}{r}\right)\right]} \end{cases}$	 0,2p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,2p	**1,0p**
4c.	Pentru: ecuaţia micilor oscilaţii $\dfrac{d^2}{dt^2}\left(\Delta h_c\right)+\omega^2\cdot\Delta h_c = 0$	 0,2p	**0,2p**
4d.	Pentru: $\omega = 6{,}33\,rad/s$ $\begin{cases} T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ T \cong 1s \end{cases}$ intervalul de timp în care pepenele efectuează 10 de oscilaţii $t \cong 10\,s$	 0,1p 0,1p 0,1p	**0,3p**
TOTAL Problema teoretică nr. 2 – Partea B			**8,0p**

© Barem de evaluare propus de:

Prof. Dr. Delia DAVIDESCU

Conf. Univ. Dr. Adrian DAFINEI