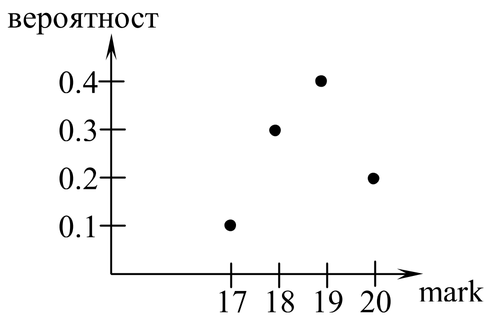
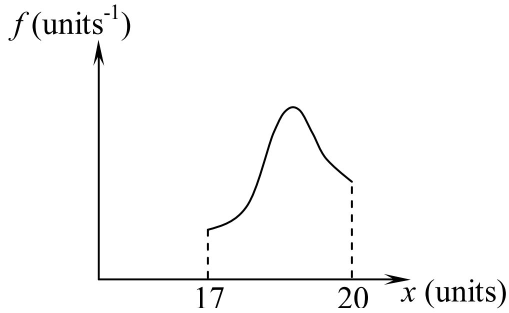
ЗАДАЧА No. 1

Целта на тази експериментална задача е да се направят числени оценки на разпределението на Максуел-Болцман. По-специално, искаме да определим относителната част на хелиевите атоми (μ = 4 g/mol) при стайна температура (T = 300 K) , които имат скорости в интервала ±11% на тяхната най-вероятна скорост.
За целта, ще трябва да използвате монета.

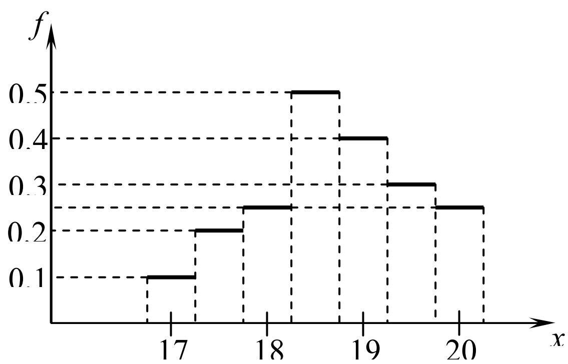
Функцията на разпределение е плътността на вероятността в пространството на възможните събития. Ако резултатите от очакваните събития в пространството са дискретни величини, тогава няма нужда да използвате функция на разпределение, а просто вероятностите, свързани с тези събития. Например, ще бъдем много щастливи, ако крайните ви точки на експерименталния кръг изглеждат като на приложената диаграма.



В противен случай, т.е. , ако резултатите от възможните събития формират непрекъснато множество, тогава трябва да въведете плътност на вероятността за получаване на стойност в област на някаква разглеждана точка. Например, предполагайки, че вашите точки от експерименталния кръг са непрекъсното разпределени в интервала [0 , 20], тогава би било най-добре, ако разпределението изглежда като приложената (тук) в дясно диаграма.



Обърнете внимание, че вероятностите и функцията на разпределение не зависят от броя на участниците; те се получават при предположение, че има безброй много участници.
В това, което следва, ще се опитаме да обединим вероятност и функция на разпределение, като използваме приближението на стъпаловидна функция. Например, ако изберем за големина на стъпката 0.5, функцията на разпределение за горния пример ще изглежда като тази диаграма.



Обърнете внимание на две неща. Първо, работейки в това приближение, може да получавате ненулеви вероятности дори около невъзможни стойности, например 20.12 . Второ, като съберете площта на правоъгълника около дадена стойност с полуплощта на двата му съседни правоъгълника, ще получите резултат, точно като от първата графика.

A. Първо ще разгледаме разпределението на компонентата на скоростите на хелиевите атоми по оста x, v_x (разбира се, по същият начин може да подходим и за v_y и v_z). Поради различни физични причини, ще използваме добре известното Гаусово разпределение, или камбановидна крива. То е пропорционално на exp($-\mu v_x^2/2RT$).

a. Определете размерността на в коефициента на пропорциалност SI система.

b. Уместно е да предположим, че когато стойността на функцията на разпределение е по-малка от 1% от своя максимум, тогава практически сме достигнали максималната възможна стойност на v_x. Оценете големината на $v_{x\ \max}$. (За опростяване на резултата приемете, че ln10 = 2.5 8.31 × 3 = 25.)

Сега искаме да въведем много прост физичен модел, който пресъздава Гаусово разпределение. Разгледайте множество удари между хелиевите атоми, крайният резултат от които е малки вариации на съответната компонента x на импулса на атомите. Очевидно, по-вероятно е две последователни такива изменения да бъдат в противоположни посоки, така че скоростта не се изменя много. Въпреки това, не е абсолютно невъзможно определен брой от такива последователни изменения да бъдат в едно и също направление, така че този мехънизъм логично води до съществуването на нормално(Гаусово) разпределение.

Този механизъм може да се симулира с последователност от хвърляния на монета. За това, разгледайте целите числа между -5 и 5 по оста x. Както ще забележите, започване от 0 и достигане на 5 е много добра апроксимация за започване от 0 и достигане на $v_{x\ \max}$.

За да се получи всеки от възможните 11 изхода, вие трябва да направите 10 хвърляния, разделени в 5 поредни двойки. Ако една двойка се състои от два пъти ези, тогава трябва "да напреднете" по оста с +1. Ако една двойка се състои от два пъти тура, трябва "да отстъпите" по оста с -1. Също така, ако една двойка се състои от едно ези и едно тура, не напредвайте по оста. За да се получи добра точност, трябва да извършите не по-малко от 100 серии хвърляния.

c. Начертайте графика с вероятностите, които сте получили за 11 събития.

d. Както може да видите, ако резултатите ви са правилни, вероятността за получаване на стойност между 0 и 5 е много подобна на вероятността за получаване на стойност от 0 до $v_{x\ \max}$. Начертайте графика за съответната стъпаловидна функция на разпределение с 11 стъпки.

e. Каква относителна част от хелиевите атоми имат големина на компонентата на скоростта в дадено направление не по-голяма от 5% от максималната стойност за тази компонента?

f. Каква част от хелиевите атоми имат големини на всички три компоненти на скоростта не по-големи от 5% от максималната стойност?

B. Сега ще преминем към функция на разпределението на Максуел-Болцман, която описва плътността на вероятността за скоростите на атомите. Тя е пропорционална на $v^2 \times \exp(-\mu v^2/2RT)$.

g. Коя е най-вероятната стойност на скоростта на хелиевите атоми? (Моля, вземете стойността на квадратния корен от 5 да е 2.25.) Какъв е интервалът от скорости на атомите, чиито скорости варират най-много ±11% от тяхната най-вероятна скорост?

Както вече виждате, широчината на намерения интервал е на практика равна на една втора от стъпалото на стъпаловидната функция, която апроксимира Гаусовото разпределение в част А. С други думи, ако си представим пространството на скоростите и в него координатни оси, съответстващи на v_x, v_y и v_z , то ще искаме да намерим частта от хелиеви атоми, чиито скорости се намират в сферична обвивка със среден радиус, равен на тяхната най-вероятна скорост, и с дебелина, равна на половин стъпка от стъпаловидната функция, апроксимираща камбановидната крива. Следователно, за всяка от трите компоненти на атомните скорости, ще използваме стъпаловидната функция, определена в част А, като започнем от половин стъпка около 0 и „скачайки" наляво и надясно с по половин стъпка. Ще се ограничим само до тази осмина (октант) на сферичната обвивка, която съответства на положителни стойности на компонентите на скоростта. Искаме да намерим онези комбинации от стойности на v_x, v_y и v_z, за които величината $\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ лежи във вътрешността на обвивката. Ще наричаме такава комбинация *триплет*.

h. Каква е вероятността P за триплета (0,0,0За да намерим исканите триплети, трябва да начертаем двумерна таблица. В първия □ ред нанесете стойностите на v_x, започвайки от 0 и изменяйки ги с половината от стъпката на стъпаловидната функция в част А. Първия стълб на таблицата се попълва по аналогичен начин, но със стойности за v_y. В останалите запишете тази стойност на v_z, така че, заедно с v_x и v_y, да удовлетворява условието по-горе.

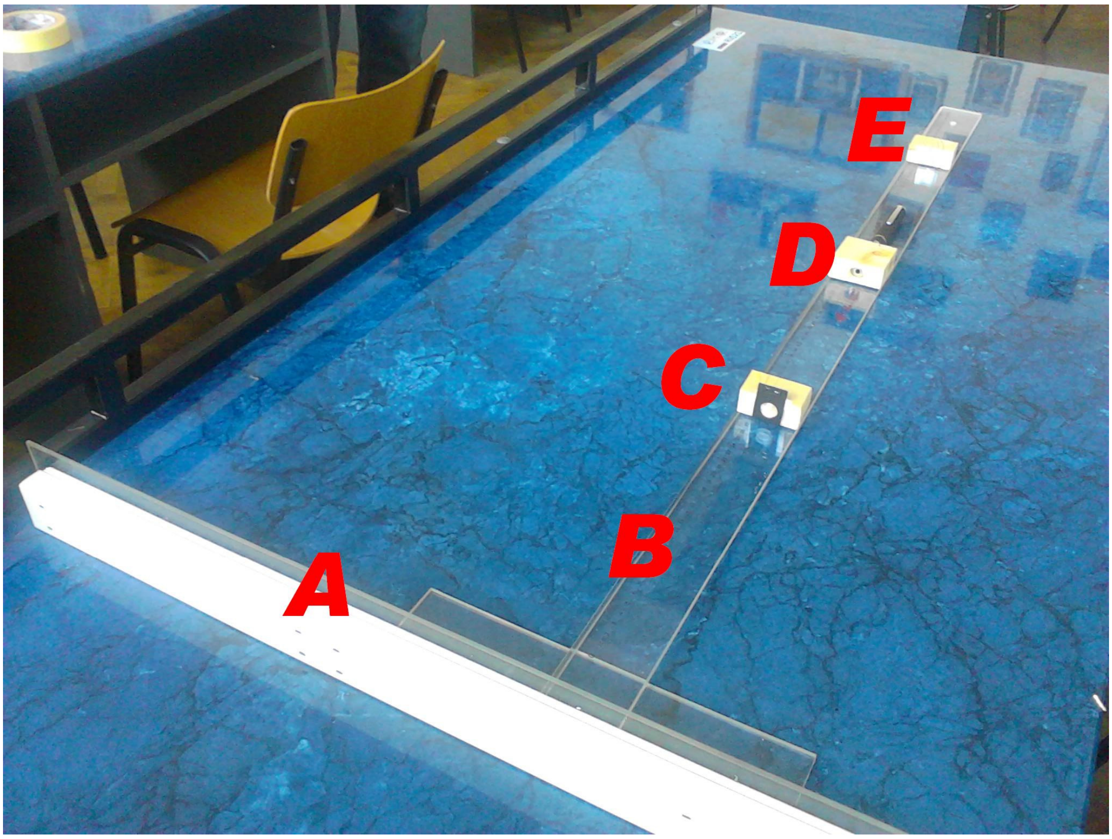
i. Направете списък с *всички различни триплети*, които сте намерили. Под „различни" имаме предвид тези, които дават различни стойности на атомните скорости, тъй като вероятността за даден триплет *не зависи от подредбата или знака* на компонентите му v_x, v_y и v_z, т.е. няма нужда да вземате под внимание нито пермутациите, нито знака на тези компоненти. Сега, всичко, което остава, е да намерите колко пъти се среща даден триплет, не само в разгледания вече октант, но в цялото пространство на скоростите. Когато броите това, моля, обърнете внимание, че някои триплети лежат върху някоя от осите v_x, v_y или v_z, докато други лежат точно в равнината, определена от някои две от осите. Затова в списъка, който правите, трябва да добавите още две колони, в които да напишете общия брой появи на всеки триплет, както и неговата вероятност. (Когато изчислявате вероятността на всеки триплет, се ограничете до пет знака след десетичната запетая.)

j. Каква част η от хелиевите атоми (μ = 4 g/mol), при стайна температура (T=300 K), имат скорости в интервала ±11% от тяхната най-вероятна скорост?

ЗАДАЧА No. 2

Целите на експерименталната задача са:
- определяне на константата на дифракционна решетка
- определяне на дължината на вълната на лазерна показалка със зелена светлина
- определяне на специфични характеристики на някои „странни огледала", направени от тънък пластмасов лист с отражателен слой, които пораждат множество отразени лъчи от падащия лъч

Експериментална установка



На масата ще намерите:
- разграфен екран (A) за наблюдаване на светлинни точки
- Т-образна линия (B), върху която се подреждат оптичните елементи
- две лазерни показалки с червена и зелена светлина (дължината на вълната на червената светлина е 650 nm)
- дървено кубче (C) за закрепване на дифракционната решетка
- дървено кубче (D), в което да се постави лазерна показалка
- дървено кубче (E) за закрепване на две „странни огледала", означени с 1 и 2

ВНИМАНИЕ

Не насочвайте лазерния лъч директно към очите си или към някого! Не докосвайте излъчващия край на показалката, дифракционната решетка или „странните огледала", защото ще ги повредите!

Ще трябва да наблюдавате положенията на различни петна върху разграфения екран и да отчитате положенията им с точност 1 mm. Когато поставите лазерната показалка в кубчето D, бутонът за включване/изключване автоматично ще се натисне и показалката ще свети.

Задача 1
Поставете дифракционната решетка на d_1 = 30 cm и използвайте червена светлина.
1.a. Наблюдавайте най-малко пет петна на екрана и запишете техните положения.
1.b. Определете константата на дифракционната решетка и уточнете големината на грешката при измерването.
1.c. Променете разстоянието на d_2 = 90 cm и наблюдавайте най-малко три петна на екрана и запишете техните позиции.
1.d. Определете константата на дифракционната решетка, използвайки горните измервания и уточнете големината на грешката при измерването.

Задача 2
Поставете дифракционната решетка на разстояние d_1 = 30 cm и използвайте зелената светлина.
2.a. Наблюдавайте най-малко пет петна на екрана и запишете техните положения.
2.b. Определете дължината на вълната на зелената светлина и уточнете грешката при измерването.
2.c. Променете разстоянието на d_2 = 90 cm и наблюдавайте най-малко три петна на екрана и запишете техните позиции.
2.d. Определете дължината на вълната на зелената светлина, използвайки тези стойности и уточнете големината на грешката при измерването

Задача 3
Поставете показалката със зелена светлина, така че светлината да достига екрана след отражение от „странното огледало", означено с 1.
3.a. Нагласете системата, така че да можете да налюдавате най-малко две петна и запишете техните позиции. Направете измерванията за най-малко три разстояния огледало-екран в интервала 25-40 cm.
3.b. Нарисувайте диаграма на своята експериментална установка.
3.c. Използвайки получените данни, определете тази специфична характеристика на „странното огледало" 1, която му позволява да отразява един лъч в множество лъчи.
Поставете показалката съсзелена светлина, така че светлината да достига екрана след от „странното огледало", означено с 2.
3.d. Нагласете системата, така че да можете да налюдавате най-малко две петна и запишете техните позиции. Направете измерване, аналогично на тези в подточка 3.a за едно разстояние в интервала 25-40 cm.
3.e. Използвайки получените данни, определете тази специфична характеристика на „странното огледало" 2, която му позволява да отразява един лъч в множество лъчи.

Authors:
Dr. Delia Davidescu – National Center for Assessment and Examination, Ministry of Education, Research, Youth and Sports
Prof. Dr. Adrian Dafinei – Faculty of Physics, Bucharest University

Код на участника

ANSWER SHEET FOR PROBLEM No. 1

a.

$[f]_{SI} =$

b.

$v_{x\ max} =$

c. Начертайте тук графиката на вероятностите за събитията от -5 до +5 (it is not imperative to make a scale drawing).

Код на участника

d. Начертайте тук 11-стъпкова стъпаловидна функция, която апроксимира Гаусовото нормално разпределение. (it is not imperative to make a scale drawing).

e.

$\eta =$

f.

$\eta =$

g.

$v_p =$

h.

$P(0,0,0) =$

Код на участника

i. Избройте всички възможни комбинации v_x, v_y и v_z (без пермутациите и знака) , които водят до скорости в интересуващия ни интервал. След това добавете броя на появите и вероятността за всеки триплет.

j.

$\eta =$

Код на участника

ANSWER SHEET FOR PROBLEM No. 2

Задача 1

1.a. Положенията на най-малко пет петна за $d_1 = 30$ cm.

1.b. Стойността на константата на дифракционната решетка и грешката при измерването.

Код на участника

1.c. Положенията на най-малко три петна за d_2 = 90 cm.

1.d. Стойността на константата на дифракционната решетка и грешката при измерване.

Код на участника

Задача 2

2.a. Положенията на най-малко пет петна за $d_1 = 30$ cm.

2.b. Стойността на дължината на вълната за зелената светлина и грешката при измерването.

Код на участника

2.c. Положенията на най-малко три петна за $d_2 = 90$ cm.

2.d. Стойността на дължината на вълната за зелената светлина и грешката при измерването.

Код на участника

Задача 3

3.a. Положенията на най-малко две петна за най-малко три разстояния огледало-екран в интервала 25-40 cm, за „странно огледало”1.

3.b. Нарисувайте диаграма на установката тук

Код на участника

3.c. Специфичната характеристика на „странно огледало” 1, която му позволява да отразява един лъч в множество лъчи.

3.d. Положенията мна най-малко две петна за едно разстояние огледало-екран в интервала 25-40 cm, за “странно огледало” 2.

Код на участника

3.e. Специфичната характеристика на „странно огледало” 2, която му позволява да отразява един лъч в множество лъчи.