

Решение

1 Измерение параметров пьезоэлектрических элементов

Максимум амплитуды сигнала для рассматриваемого контрольного приёмника достигается

при частоте:

$$f_0 = 25,25 \pm 0,02 \text{ кГц.}$$

Для разных комплектов пьезоэлектрических элементов имеет f_0 может лежать в интервале

$$25,15 - 25,65 \text{ кГц.}$$

2 Измерение скорости распространения акустических волн

В воздухе

С помощью осциллографа будем измерять разность фаз между сигналами. По шкале на направляющей однократно определим координату приёмника x_r . Плавно отодвигая передатчик от приёмника, будем измерять координаты положения передатчика x_t , при которых сигналы находятся в противофазе (в этом случае пересечения осциллограмм двух сигналов, построенных в одинаковых осях, должны лежать точно на горизонтальной оси) (табл. 2). Пусть N – номер измерения, $r = x_r - x_t$ – расстояние между приёмником и передатчиком.

Построим график зависимости расстояния r от номера измерения N (рис. 5). Угловой коэффициент графика $l(N)$ равен длине акустической волны.

Угловой коэффициент графика: $\lambda = 1,35 \text{ см.}$

Скорость распространения волны: $v = \lambda \cdot f_0 = 340,9 \text{ м/с.}$

Таблица 1. Результаты измерений.

N	x_t , см	r , см
1	28,0	2,0
2	26,5	3,5
3	25,2	4,8
4	23,8	6,2
5	22,5	7,5
6	21,1	8,9
7	19,7	10,3
8	18,4	11,6
9	17,1	12,2
10	15,7	14,3
11	14,5	15,5

x_r , см	30,0
σ_{x_r} , см	0,05

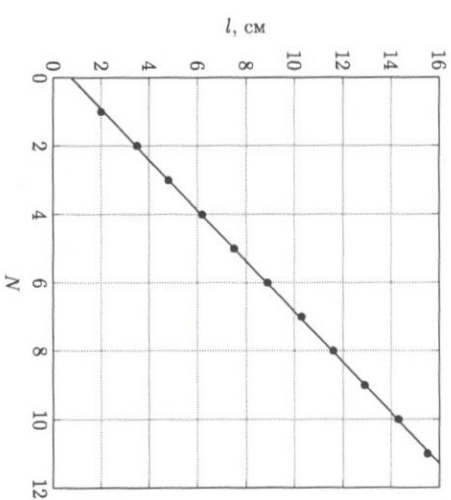


Рис. 5. График зависимости $l(N)$.

3 Изучение рядов Фурье

3.1 Представление сигнала прямоугольной формы в виде ряда Фурье

Для прямоугольных импульсов преобразование в ряд Фурье имеет следующий вид:

$$\bar{U}(t) = U \frac{a}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \left(\frac{\sin p\omega t}{p} \right), \quad p = 1, 3, 5, \dots$$

a – некоторое целое число, которое требуется найти в этом упражнении. Пусть U_r – удвоенная амплитуда ("peak-to-peak") напряжения на приёмнике, U_i – удвоенная амплитуда напряжения на передатчике. Учитывая коэффициент передачи k и используя новые обозначения, запишем формулу представления сигнала в виде ряда для измеряемых напряжений:

$$U_r = \frac{ak}{\pi p} \cdot U_i. \quad (3)$$

Пусть

$$h = \frac{U_r}{U_i},$$

Величину a можно найти, определив угловой коэффициент η графика зависимости $U_r(h)$:

$$\eta = \frac{ak}{\pi}.$$

Проведём измерение коэффициента передачи (табл. 3.1).

Таблица 2. Результаты измерений.

$U_{\text{вх}}, \text{В}$	$21,8 \pm 0,2$
$U_{\text{вых}}, \text{В}$	$22,8 \pm 0,2$
k	$1,05 \pm 0,02$

Проведём измерение зависимости величин U_r от U_i (табл. 3.1). Для каждого p вычислим соответствующее значение h .

Построим график зависимости $U_r(h)$ (рис. 6).

Из графика:

$$\eta = 1,19,$$

Таблица 3. Результаты измерений.

p	$f/p, \text{кГц}$	$U_i, \text{В}$	$U_r, \text{В}$	$h, \text{В}$
1	25,250	21,6	26	21,60
3	8,417	21,6	9,6	7,20
5	5,050	21,6	5,48	4,32
7	3,607	21,6	4,24	3,09
9	2,806	21,6	3,44	2,40
11	2,295	21,6	2,64	1,96
13	1,942	21,6	2,28	1,66
15	1,683	21,6	2,16	1,44
17	1,485	21,6	1,76	1,27

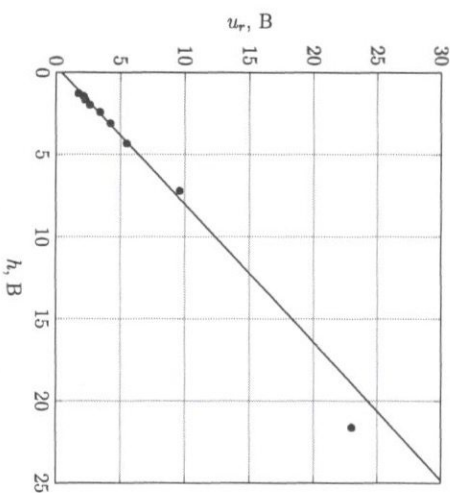


Рис. 6. График зависимости $U_r(h)$.

$$a = 3,55 \approx 4.$$

3.2 Представление сигнала треугольной формы в виде ряда Фурье

Для треугольных импульсов преобразование в ряд Фурье имеет следующий вид:

$$\hat{U}(t) = U \frac{b}{\pi^2} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{\frac{l-1}{2}} \left(\frac{\sin l\omega t}{l^2} \right), \quad l = 1, 3, 5, \dots$$

b, d – некоторые целые числа, которые требуется найти в этом упражнении.

Пусть U_r – удвоенная амплитуда ("peak-to-peak") напряжения на приёмнике, U_t – удвоенная амплитуда напряжения на передатчике. Учётный коэффициент передатчи k и используемая новая обозначения, запишем формулу представления сигнала в виде ряда для измеренных напряжений:

$$U_r = k \frac{b}{\pi^2} \cdot U_t \cdot l^{-d}, \quad (4)$$

Поделим обе части уравнения на U_t :

$$\frac{U_r}{U_t} = k \frac{b}{\pi^2} \cdot l^{-d}.$$

Сделаем замену:

$$m = \frac{U_r}{U_t}, \quad \mu = k \frac{b}{\pi^2}.$$

Тогда

$$m = \mu \cdot l^{-d}.$$

Проведём линеаризацию:

$$\ln m = \ln \mu - d \ln l. \quad (5)$$

Величины d и μ можно определить из графика зависимости $\ln m$ ($\ln l$).

Проведём измерение зависимости величин U_r от U_t (табл. 3.2).

Построим график зависимости $\ln m$ ($\ln l$) (рис. 7).

Из графика:

$$d = 2,06 \approx 2,$$

Таблица 4. Результаты измерений и вычислений.

l	f/l , кГц	U_t , В	U_r , В	m	$\ln m$	$\ln l$
1	25,25	20,2	16	0,7921	-0,23	0
3	8,417	20,2	1,96	0,0970	-2,33	1,10
5	5,050	20,2	0,7	0,0347	-3,36	1,61
7	3,607	20,2	0,368	0,0182	-4,01	1,95
9	2,806	20,2	0,23	0,0114	-4,48	2,20
11	2,295	20,2	0,12	0,0059	-5,13	2,40
13	1,942	20,2	0,09	0,0045	-5,41	2,56
15	1,683	20,2	0,078	0,0039	-5,56	2,71
17	1,485	20,2	0,045	0,0022	-6,11	2,83

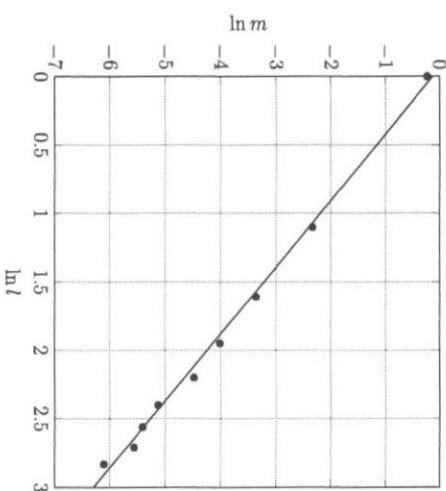


Рис. 7. График зависимости $\ln m$ ($\ln l$).

$$\ln \mu = -0,136,$$

$$b = e^{\ln \mu} \cdot \frac{\pi^2}{k} = 8,23 \approx 8.$$

Критерии оценивания.

Критерий	Валлы	Макс. балл	ПР	АП
1. Измерение параметров pieзоэлектрических элементов. (1 балл)				
Измерено значение рабочей частоты f_0 : - 25,15 – 25,65 кГц, - 25,0 – 25,8 кГц.	1 0,5	1		
2. Измерение скорости распространения акустических волн в воздухе. (2 б.)				
Проведены измерения: - 5 точек и более, - менее 5 точек.	1 0,5	1		
Получено значение длины волны.		0,5		
Вычислено значение скорости: 339 – 341 м/с.		0,5		
3. Представление сигнала прямоугольной формы в виде ряда Фурье. (3,5 б.)				
Проведены измерения U_{in}, U_{out} .		0,2		
Вычислен коэффициент передачи k .		0,2		
Выбран верный метод вычисления искоемых параметров (в том числе метод линеаризации).		0,7		
Проведены измерения зависимости $U_r(U_i)$: - 5 точек и более, - менее 5 точек.	1 0,5	1		
Проведена линеаризация.		0,3		
Построен график зависимости $U_r(h)$. На графике: - оси подписаны и оцифрованы, выбран корректный масштаб; - нанесены все точки в соответствии с таблицей данных; - точки с достаточной точностью могут быть аппроксимированы прямой; - проведена аппроксимирующая прямая.	0,2	0,7		
Значение $a = 4$.		0,4		
4. Представление сигнала треугольной формы в виде ряда Фурье. (3,5 б.)				
Выбран верный метод вычисления искоемых параметров (в том числе метод линеаризации).		0,7		
Проведены измерения зависимости $U_r(U_i)$: - 5 точек и более, - менее 5 точек.	1 0,5	1		
Проведена линеаризация.		0,3		
Построен график зависимости $\ln m (\ln l)$. На графике: - оси подписаны и оцифрованы, выбран корректный масштаб; - нанесены все точки в соответствии с таблицей данных; - точки с достаточной точностью могут быть аппроксимированы прямой; - проведена аппроксимирующая прямая.	0,2	0,7		
Значение $d = 2$.		0,4		
Значение $b = 8$.		0,4		
Итого				