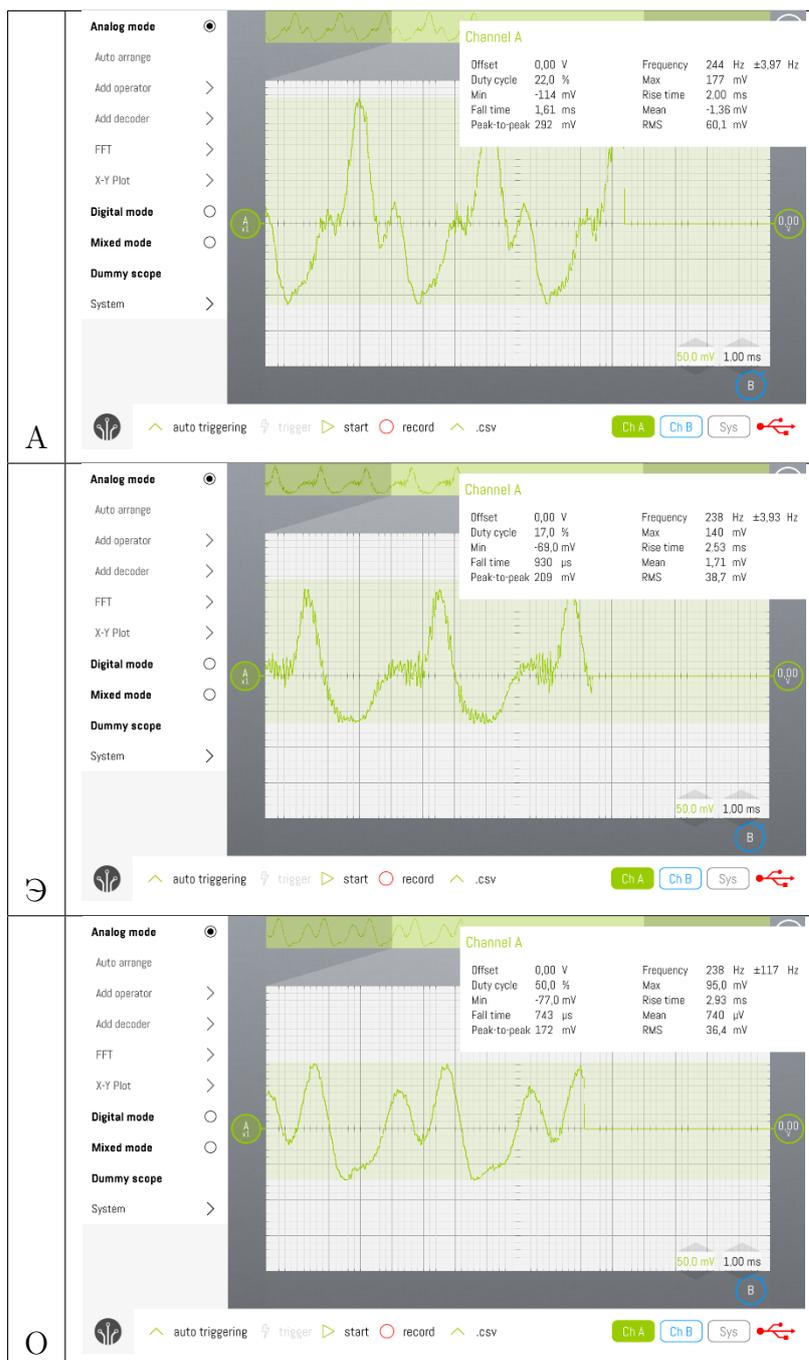


11 класс Акустические резонаторы

Решение.

Часть 1. Осциллограммы звука





Из полученных осциллограмм видно, что наиболее похожими на синус являются осциллограммы звуков «У», «И».

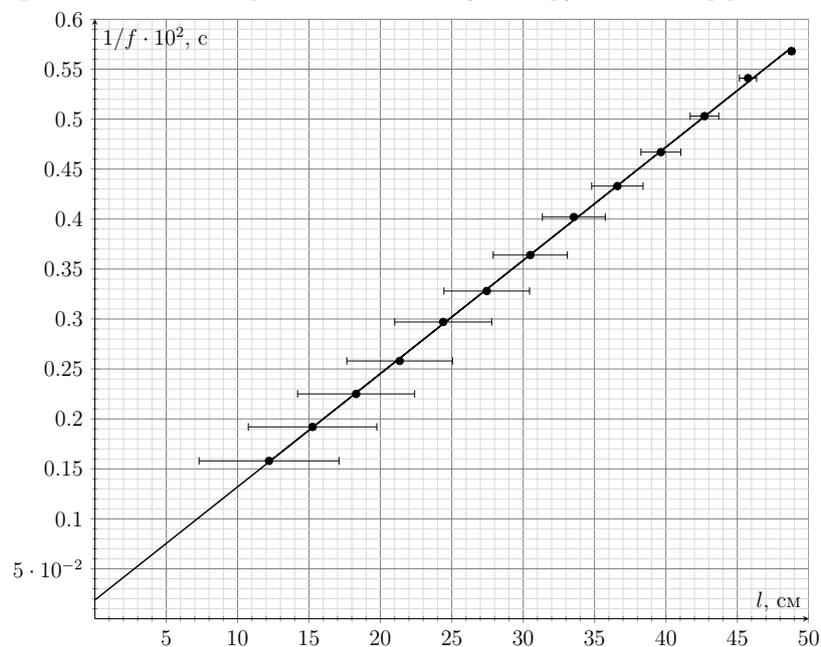
Часть 2. Линейный резонатор

1. Объем трубки измерим шприцем, он составляет $V = (80 \pm 2)$ мл. Выльем воду из трубки и закрепим ее в штативе. Доливая определенный объем воды в трубку, несложно рассчитать глубину незаполненной части трубки или ее эффективную длину. Снимем зависимость частоты звука от эффективной длины трубки. Результаты измерений представлены ниже.

V , мл	l , см	σ_l , см	f , Гц	$1/f \cdot 10^2$, с
0	48.8	0.2	176	0.57
5	45.75	0.6	185	0.54
10	42.7	1	199	0.5
15	39.65	1.4	214	0.47
20	36.6	1.8	231	0.43
25	33.55	2.2	249	0.4
30	30.5	2.6	275	0.36
35	27.45	3	305	0.33
40	24.4	3.4	337	0.3
45	21.35	3.7	387	0.26
50	18.3	4.1	445	0.23
55	15.25	4.5	521	0.19
60	12.2	4.9	633	0.16

Легко предположить, что полученная зависимость гиперболическая. Построим ее в координатах обратной частоты от эффективной длины трубки.

График зависимости обратной частоты звука в трубке от ее эффективной длины



Как видно, зависимость хорошо аппроксимируется прямой. Рассчитаем ее обратный угловой коэффициент:

$$c_1 \simeq 84 \text{ м/с.} \quad (1)$$

2. По указанной в условии формуле рассчитаем теоретическое значение скорости звука

в воздуха при температуре $T = 25.0 \text{ }^\circ\text{C}$:

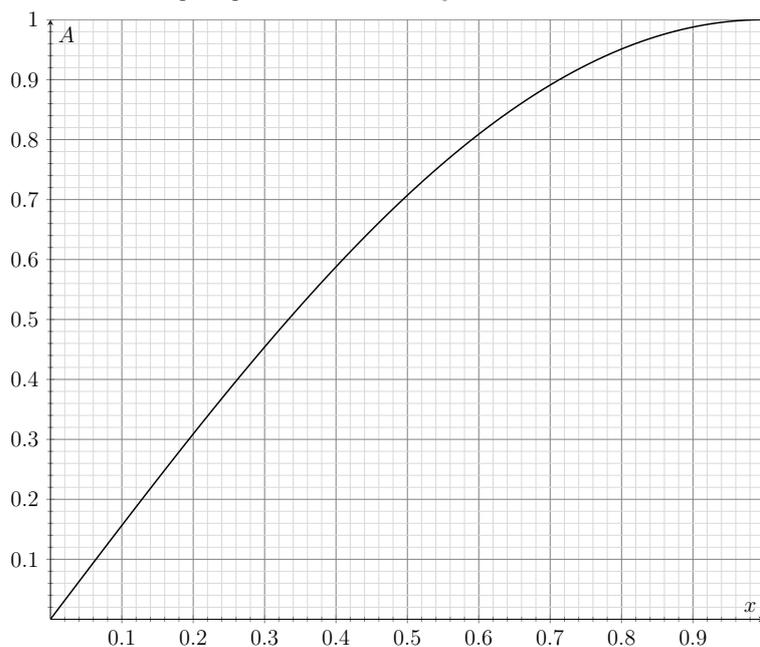
$$c_{\text{теор}} \simeq 340 \text{ м/с} \quad (2)$$

Несложно найти связь найденного коэффициента и скорости звука:

$$\frac{c_{\text{теор}}}{c_1} \simeq 4 \quad (3)$$

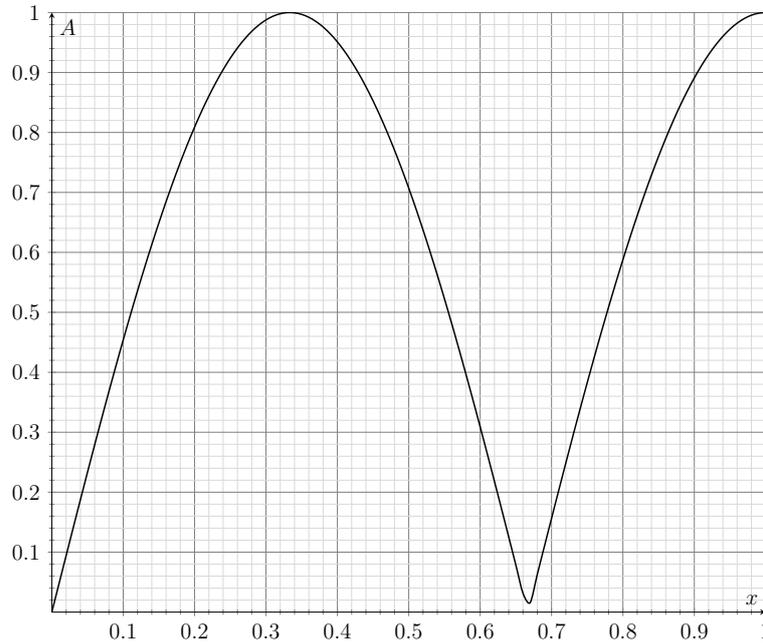
Это по сути означает, что в трубке образуется стоячая волна, а эффективная длина трубки соответствует длине четверти длины волны звука на этой частоте в воздухе. Из этих соображений совсем несложно нарисовать распределение амплитуд колебаний воздуха в трубке. На дне трубки должен устанавливаться узел стоячей волны, а на открытом конце — пучность. Требуемый график представлен ниже.

Качественное распределение амплитуд колебаний в основном тоне.



В случае первого обертона граничные условия для стоячей волны сохраняются. Поэтому частота первого обертона в три раза выше частоты основного тона, и распределение амплитуд колебаний в такой волне имеет два узла. Качественный вид зависимости представлен ниже.

Качественное распределение амплитуд колебаний в первом обертоне.



Часть 3. Объемный резонатор

1. Введем обозначения: температура воздуха — T , давление воздуха — P , плотность воздуха — ρ , показатель адиабаты воздуха — γ , молярная масса воздуха — $\mu = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная — $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, площадь сечения горлышка — S . Масса воздушного поршня согласно уравнению состояния идеального газа может быть рассчитана, как:

$$m = \rho Sh = \frac{\mu PSh}{RT}. \quad (4)$$

При движения поршня вниз на x создается избыточное давления газа ΔP , которое можно рассчитать, исходя из уравнения адиабаты для идеального газа:

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (5)$$

$$\Delta P = \frac{\gamma x SP}{V} \quad (6)$$

Избыточное давление создает возвращающую силу, действующую на поршень, в результате чего можно записать уравнение колебаний для воздушного поршня:

$$m\ddot{x} = -\Delta PS \quad (7)$$

$$\ddot{x} = -x \frac{S\gamma RT}{\mu Vh} \quad (8)$$

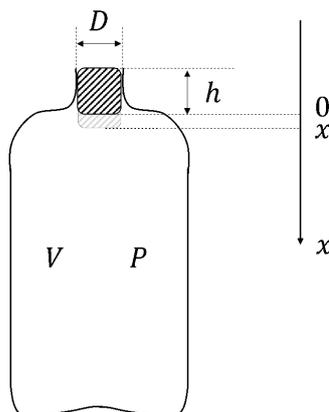


Рис. 1. Колебания воздуха в бутылке

Из уравнения колебаний несложно найти частоту колебаний воздуха:

$$f = \frac{D}{4} \sqrt{\frac{\gamma RT}{\pi \mu V h}} \quad (9)$$

2. Измерим геометрические размеры бутылки с помощью штангенциркуля и весов:

$$V = (618 \pm 2) \text{ мл}$$

$$h_0 = (2.4 \pm 0.1) \text{ см}$$

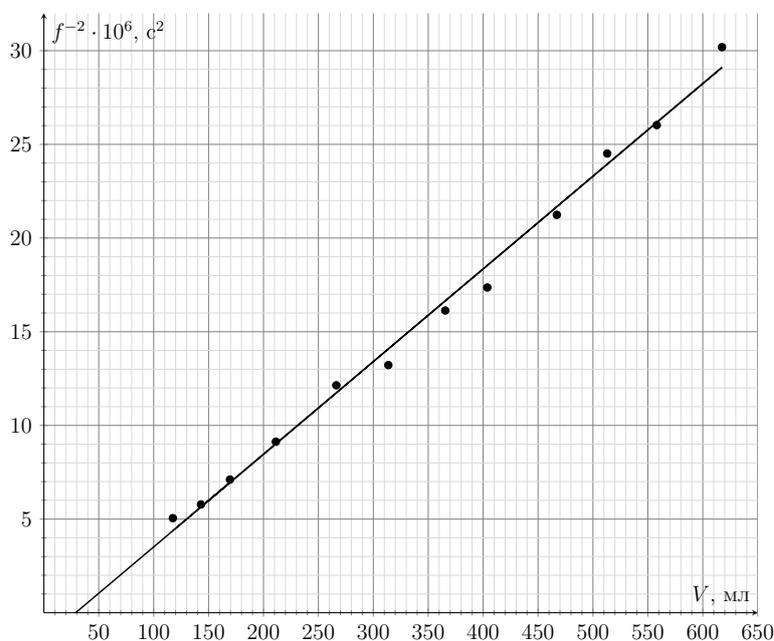
$$D = (2.20 \pm 0.05) \text{ см}$$

3. Снимем зависимость частоты звука от эффективного объема в бутылке. Результаты измерений представлены ниже.

$V_{\text{добавл}}, \text{ мл}$	$V, \text{ мл}$	$f, \text{ Гц}$	$f^{-2}10^6, \text{ с}^2$
0	617.5	182	30.19
59.4	558.1	196	26.03
104.5	513	202	24.51
150.4	467.1	217	21.24
213.7	403.8	240	17.36
252	365.5	249	16.13
303.8	313.7	275	13.22
351.2	266.3	287	12.14
406.2	211.3	331	9.13
474.4	143.1	416	5.78
448	169.5	375	7.11
500	117.5	445	5.05

Из результатов, полученных в пункте 1, следует вывод, что в координатах $f^{-2}(V)$ зависимость должна быть линейной и проходить через ноль координат. Построим график этой зависимости.

График зависимости частоты звука от эффективного объема бутылки



Заметим, что точки хорошо аппроксимируются прямой. Найдем угловой коэффициент полученной зависимости:

$$A' = (46.0 \pm 0.7) \cdot 10^{-3} \text{ с}^2/\text{м}^3 \quad (10)$$

Рассчитаем теоретическое значение для данных из пунктов 1 – 2:

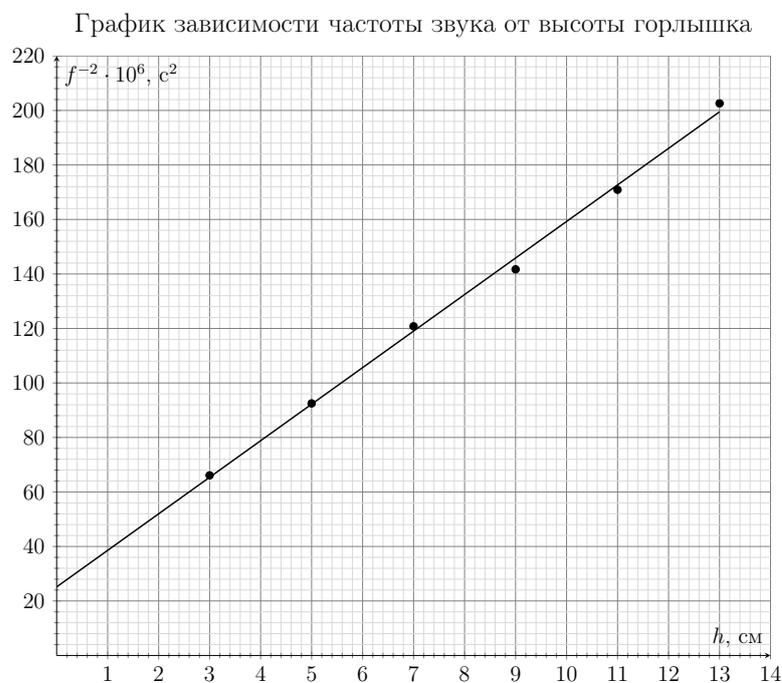
$$A = \frac{16\pi\mu h}{D^2\gamma RT} = 21.2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2/\text{м}^3 \quad (11)$$

Заметим существенное расхождение теоретического значения и экспериментального.

4. Снимем зависимость частоты звука от высоты горлышка при пустой бутылке. Высоту горлышка будем менять сменными втулками различной высоты.

h , см	f , Гц	$f^{-2} \cdot 10^6$, с ²
3	123	66.1
5	104	92.5
7	91	120.8
9	84	141.7
11	76.5	170.9
13	70.25	202.6

Построим график полученной зависимости в линейных координатах $f^{-2}(h)$ в соответствии с моделью в пункте 1.



Найдем угловой коэффициент этого графика:

$$B' = (13.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ с}^2/\text{м} \quad (12)$$

Рассчитаем теоретическое значение в соответствии с пунктом 1, предварительно измерив внутренний диаметр втулок $D_1 = (1.45 \pm 0.01)$ см.

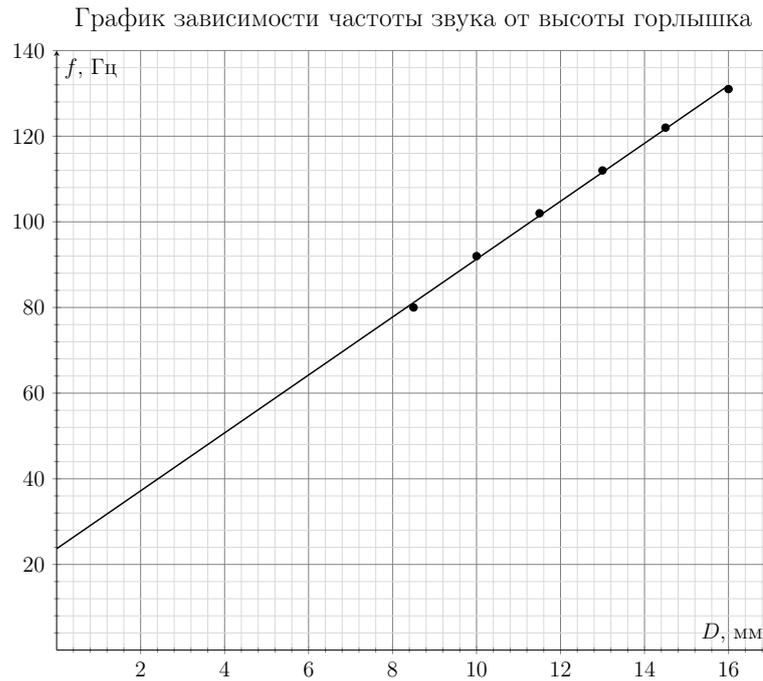
$$B = \frac{16\pi\mu V}{D_1^2\gamma RT} = 12.34 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2/\text{м} \quad (13)$$

Заметим, что теоретическое значение близко к экспериментальному. Отличие составляет примерно 8,5%. Также стоит отметить, что несмотря на близкое значение углового коэффициента, график полученной зависимости не проходит через точку $(0; 0)$, что говорит о несоответствии теории и практики.

5. Снимем зависимость частоты звучания пустой бутылки от диаметра ее горлышка. Диаметр горлышка будем изменять втулками одинаковой высоты, но разного внутреннего сечения. Результаты измерений представлены ниже.

D , мм	f , Гц
8.5	80
10	92
11.5	102
13	112
14.5	122
16	131

В соответствии с теоретической формулой, полученной в пункте 1, график должен быть линейным и проходящим через ноль без преобразования координат. Построим график полученной зависимости.



Как видно, полученные точки хорошо аппроксимируются прямой, не проходящей через начало координат. Рассчитаем угловой коэффициент этой зависимости:

$$C' = (6.76 \pm 0.13) \cdot 10^3 \text{ Гц/м} \quad (14)$$

Рассчитаем теоретическое значение (высота втулок составляет $h_1 = (3.00 \pm 0.05)$ см):

$$C = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\gamma RT}{\pi \mu V h}} = 11.33 \cdot 10^3 \text{ Гц/м} \quad (15)$$

Как видно, в этом упражнении практика совсем разошлась с теорией, и даже значения угловых коэффициентов не совпадают.

6. Полученные в пунктах 3 – 5 результаты можно объяснить дополнением к первоначальной теоретической модели. И действительно, если ввести дополнительную «присоединенную» высоту горлышка, то можно утверждать, что все исследуемые зависимости не будут противоречить модели. Рассчитаем на основе данных из пункта 5 зависимость дополнительной высоты горлышка от его диаметра следующим образом:

$$\Delta h = \frac{D^2 \gamma RT}{16 \pi \mu V f^2} - h_1 \quad (16)$$

D , мм	f , Гц	Δh , мм
8.5	82	12.2
10	91	14.2
11.5	100	17.6
13	105	20.5
14.5	111	23
16	117	26

Построим график полученной зависимости. Как видно, график является монотонно-возрастающей функцией.

График зависимости дополнительной высоты горлышка от его диаметра

