

11 класс

Магнитные шарики

Решение.

Часть 1. Экспериментальная.

Полюса определяем по точкам сцепления двух шарообразных магнитов. Учитывая, что магниты сцепляются противоположными полюсами, помечаем их цифрами «1» и «2».

Зависимость продольной силы $F_r(\theta)$ снимаем, расположив шары на одной вертикали на расстоянии (между центрами шаров) $r = 10$ см. Схема установки показана на Рис.1.



Рис. 1. Фотография экспериментальной установки

Нижний магнит, закреплённый на подставке, находится на весах. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым магнитом, показания весов при удалённом расположении магнитов зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда при сближении магнитов весы показывают только силу магнитного взаимодействия, причём знаку «+» соответствует отталкивание (вес «увеличивается»), а знаку «-» — притяжение магнитов (вес «уменьшается»).

Магнитный момент нижнего, неподвижного шара ориентируем по вертикали. Магнитный момент верхнего шара в начальном положении ориентируем по вертикали и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по градусной шкале соответствовала максимальная сила. Поворачивая магнитный момент верхнего шара (нижний шар - неподвижен) снимаем зависимость показаний весов $F_r(\theta)$.

Результаты измерений приведены в таблице ниже.

$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_r, \text{ мН}$	$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_r, \text{ мН}$	$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_r, \text{ мН}$
0	-11.87	-116	120	6.91	68	240	5.95	58
10	-11.44	-112	130	8.53	84	250	4	39
20	-10.62	-104	140	9.72	95	260	1.71	17
30	-9.59	-94	150	10.63	104	270	-0.38	-4
40	-8.07	-79	160	11.38	112	280	-2.64	-26
50	-6.36	-62	170	11.82	116	290	-4.59	-45
60	-4.55	-45	180	11.88	117	300	-6.35	-62
70	-2.68	-26	190	11.6	114	310	-8.23	-81
80	-0.59	-6	200	11.09	109	320	-9.53	-93
90	1.38	14	210	10.15	100	330	-10.76	-106
100	3.44	34	220	9.06	89	340	-11.5	-113
110	5.27	52	230	7.72	76	350	-11.87	-116

Зависимость поперечной силы $F_r(\theta)$ снимаем аналогично зависимости $F_r(\theta)$, но шары располагаем на одной горизонтали. Расстояние между центрами шаров также $r = 10$ см. Фотография установки представлена на Рис.2.



Рис. 2. Фотография экспериментальной установки

Один из магнитов закреплён в штативе, другой, вместе с подставкой находится на весах. Вначале магнитные моменты обоих магнитов направлены горизонтально вдоль линии, соединяющих центры шаров. Для исключения силы тяжести подставки с магнитом, показания весов при удалённом расположении магнитов зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда, при сближении магнитов, весы показывают только поперечную (вертикальную) F_r силу магнитного взаимодействия, причём знаку «+» соответствует сила, направленная вниз, а знаку «-» — вверх. Для измерения зависимости $F_r(\theta)$ магнитный момент закреплённого в штативе магнита поворачиваем в вертикальной плоскости.

Результаты измерений приведены ниже.

$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_\tau, \text{ мН}$	$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_\tau, \text{ мН}$	$\theta, ^\circ$	$m, \text{ г}$	$F_\tau, \text{ мН}$
0	0	0	120	5.07	50	240	-4.58	-45
10	1.1	11	130	4.58	45	250	-4.93	-48
20	2.13	21	140	3.91	38	260	-5.33	-52
30	3.04	30	150	3.25	32	270	-5.52	-54
40	3.94	39	160	2.38	23	280	-5.56	-55
50	4.67	46	170	1.53	15	290	-5.37	-53
60	5.06	50	180	0.54	5	300	-4.91	-48
70	5.43	53	190	-0.3	-3	310	-4.33	-42
80	5.76	57	200	-1.38	-14	320	-3.69	-36
90	5.83	57	210	-2.23	-22	330	-2.83	-28
100	5.7	56	220	-3.15	-31	340	-1.8	-18
110	5.45	53	230	-3.86	-38	350	-0.74	-7

Графики полученных зависимостей будут приведены в следующей Части.

Часть 2. Теоретическая.

Представим диполь, повернутый на угол θ в виде векторной суммы вектора параллельного оси и вектора перпендикулярного оси. Используя аналогию с электрическими диполями и формулы для сил, действующих со стороны поля диполя на заряд, получим, что:

$$F_r(\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6p_m^2 \cos \theta}{r^4}$$

$$F_\tau(\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3p_m^2 \sin \theta}{r^4}$$

Тогда модуль полной силы равен:

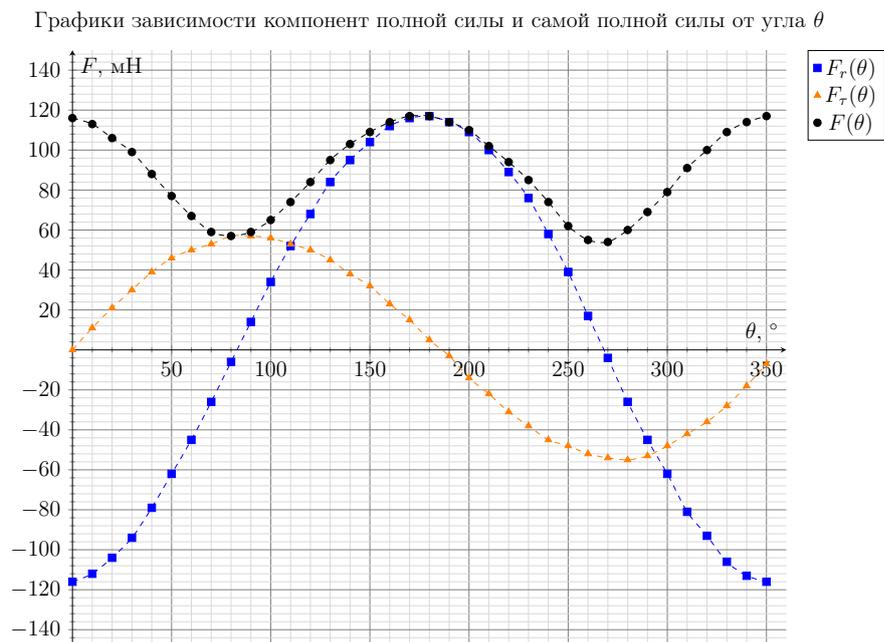
$$F(\theta) = \sqrt{F_r^2 + F_\tau^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3p_m^2}{r^4} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta},$$

откуда получается, что отношение $\frac{F_{max}}{F_{min}} = 2$.

Результаты расчета зависимости полной силы F от угла θ представлены в таблице ниже.

$\theta, ^\circ$	$F_r, \text{мН}$	$F_\tau, \text{мН}$	$F, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$F_r, \text{мН}$	$F_\tau, \text{мН}$	$F, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$F_r, \text{мН}$	$F_\tau, \text{мН}$	$F, \text{мН}$
0	-116	0	116	120	68	50	84	240	58	-45	73
10	-112	11	113	130	84	45	95	250	39	-48	62
20	-104	21	106	140	95	38	103	260	17	-52	55
30	-94	30	99	150	104	32	109	270	-4	-54	54
40	-79	39	88	160	112	23	114	280	-26	-54	60
50	-62	46	77	170	116	15	117	290	-45	-53	70
60	-45	50	67	180	117	5	117	300	-62	-48	78
70	-26	53	59	190	114	-3	114	310	-81	-42	91
80	-6	56	56	200	109	-14	110	320	-93	-36	100
90	14	57	59	210	100	-22	102	330	-105	-28	109
100	34	56	66	220	89	-31	94	340	-113	-18	114
110	52	53	74	230	76	-38	85	350	-116	-7	116

Графики исследуемых зависимостей представлены ниже.



Из полученных данных рассчитаем $\frac{F_{max}}{F_{min}} = 2.06$, что очень близко к теоретическому значению, посчитанному выше.

Часть 3. Оценочная.

Соберем установку для измерения $F_r(\theta)$ из Части 1, но вместо закрепленного нижнего магнитного шара поместим стальной шар. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым стальным, показания весов при удалённом расположении магнитов зануляем с помощью клавиши «TARE». Медленно прокручивая магнитный шар, заметим, что

показания весов всегда отрицательны ($F_r(\theta)$ — сила притяжения). Минимальное по модулю значение показаний весов $m_{min} = -5.53$ г, максимальное — $m_{max} = -22.41$ г. Значит, $\frac{F_{r_{max}}}{F_{r_{min}}} = 4.05$. Также при измерениях заметим, что показания весов совершают два полных «колебания» при повороте магнита на 360° , в отличие от всех ранее измеренных в Части 1 зависимостей, совершающих одно полное «колебание» (см. Рис.3). Это пригодится нам в дальнейшем.

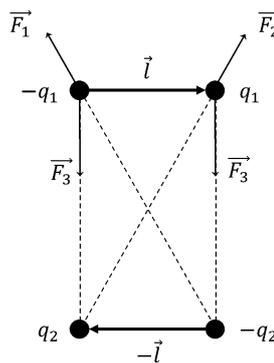


Рис. 3.

Для вывода теоретической формулы найдем выражение для силы взаимодействия между двумя параллельными диполями, показанными на рисунке (рассмотрим аналогию с электрическими диполями). Сила, действующая на верхний диполь осесимметрична, направлена вниз и численно равна $F = \frac{3kp_1p_2}{r^4}$.

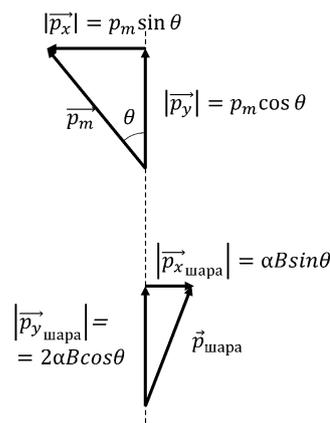


Рис. 4.

Рассмотрим магнитный и стальной шары, как жесткий и наведенный магнитные диполи ($B = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3}$). Очевидно, что вклад в продольную составляющую силы вносят взаимодействие двух горизонтальных компонент и взаимодействия двух вертикальных компонент магнитных моментов. Сила взаимодействия между вертикальными компонентами

уже была рассчитана в Части 2, сила взаимодействия между горизонтальными компонентами была найдена выше в аналогии с электрическими диполями. Таким образом, продольная сила взаимодействия магнитного и стального шаров $F_r(\theta) = A(1 + 0,6 \cdot \cos 2\theta)$, где A — константа. Значит, теоретически $\frac{F_{r_{max}}}{F_{r_{min}}} = \frac{1 + 0,6}{1 - 0,6} = 4$, что хорошо согласуется с экспериментом.

Экспериментальное значение β определяется из соотношения $\frac{F_{r_{max}}}{F_{r_{min}}} = \frac{1 + \beta}{1 - \beta} = 4,05$, откуда $\beta = 0,60$, экспериментальное значение $n = 2$, что было объяснено выше.