11 класс
Биения

Решение.

1. Для измерения периода продольных колебаний выведем маятник из равновесия, отклонив его на небольшое расстояние вдоль вертикали. В процессе измерений будем следить за тем, чтобы маятник имел только продольную моду.

   Измерим время T, за которое маятник совершил N колебаний. Повторим измерения 5 раз. Тогда период одного колебания может быть рассчитан по формуле:

$$T_1 = \frac{< T >}{N} \tag{1}$$

   Погрешность измерения периода может быть оценена как сумма погрешности, возникающей из-за конечного времени реакции, и случайной погрешности.

$$\Delta T_1 = \Delta T_{\text{реак}}/N + \Delta T_{\text{случ}} \tag{2}$$

   Результаты измерений периода продольных колебаний:

T_1, с	8.92	9.04	8.71	9.13	8.97

   Откуда $T = (0.88 \pm 0.04)$ с.

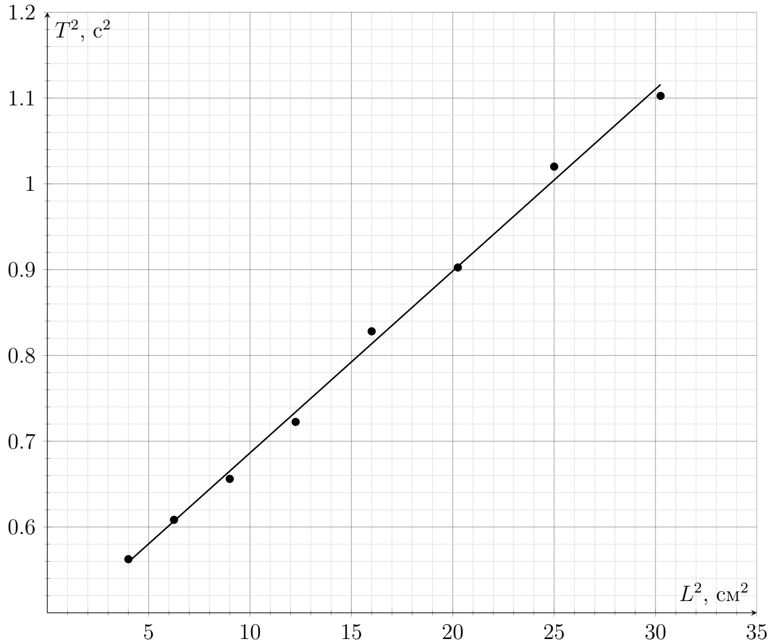
2. Снимем зависимость периода крутильных колебаний T от расстояния между гайками L. Результаты измерений представлены в таблице ниже.

L, см	N	t, с	T, с	L^2, см^2	T^2, с^2
2.00	20	15.00	0.75	4.00	0.5625
2.50	20	15.65	0.78	6.25	0.6084
3.00	20	16.28	0.81	9.00	0.6561
3.50	20	17.03	0.85	12.25	0.7225
4.00	20	18.16	0.91	16.00	0.8281
4.50	20	18.97	0.95	20.25	0.9025
5.00	20	20.18	1.01	25.00	1.0201
5.50	20	20.97	1.05	30.25	1.1025

   Из уравнений динамики вращательного движения следует, что $T^2 \sim I$, где I — момент инерции системы. Он складывается из моментов инерции тел относительно осей, проходящих через их центры масс, и добавки $2m_\text{г}\left(\frac{L}{2}\right)^2$, следующей из теоремы Гюйгенса–Штейнера. Таким образом график $T^2(L^2)$ должен быть линейным.

Построим экспериментальный график зависимости $T^2(L^2)$.

Графики зависимости квадрата периода крутильных колебаний от квадрата расстояния между гайками



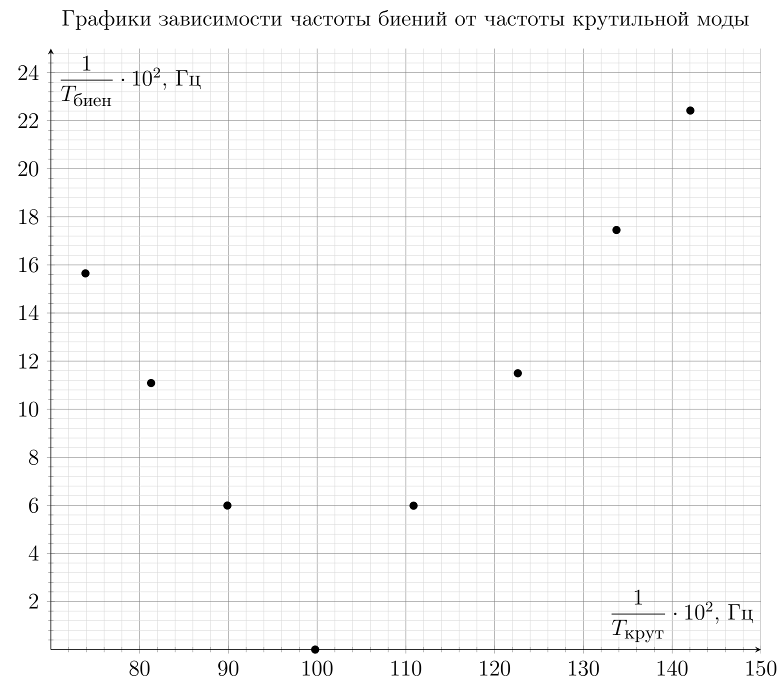
3. Снимем зависимость периода биений от расстояния между гайками. Для этого будем запускать продольную моду колебаний маятника. В начальный момент времени деревянная палочка неподвижна. Периодом биения будем считать время, за которое система вернется в исходное состояние. Результаты измерений представлены в таблице.

x, см	$T_{\text{биен}}$, с	$T_{\text{крут}}$	$T^{-1}_{\text{биен}}$, с$^{-1}$	$T^{-1}_{\text{крут}}$, с$^{-1}$
1	4.46	0.70	0.22	1.42
2	5.73	0.75	0.17	1.34
3	8.7	0.82	0.11	1.23
4	16.71	0.90	0.06	1.11
5	∞	1.00	0.00	1.00
6	16.69	1.11	0.06	0.90
7	9.02	1.23	0.11	0.81
8	6.39	1.35	0.16	0.74

4. Биения возникают при сложении двух колебаний с близкими частотами. Зависимость отклонения маятника от положения равновесия в общем случае описывается формулой: $A = A_0(t)\cos(w_0 t)$, где $A_0(t)$ — амплитуда колебаний маятника, модулированная медленным косинусом. Периодом биений называется промежуток времени между двумя последовательными узлами, т.е. точками, в которых $A_0(t) = 0$. Известно, что частота биений выражается через частоты мод входящих колебаний по формуле: $\nu_{\text{биен}} = \left|\nu_{\text{прод}} - \nu_{\text{крут}}\right|$. Отсюда следует, что график зависимости $\dfrac{1}{T_{\text{биен}}}\left(\dfrac{1}{T_{\text{крут}}}\right)$

должен быть квазилинейным.

5. Рассчитаем для каждого L соответствующий период крутильных колебаний, пользуясь зависимостью, измеренной в пункте 2, и построим экспериментальный график $\frac{1}{T_{\text{биен}}}\left(\frac{1}{T_{\text{крут}}}\right)$. Для удобства умножим значения частот биений и крутильных колебаний на 10^2



Заметим, что в измерениях присутствует точка, в которой биения вообще не наблюдаются. Эта точка соответствует равенству периодов колебаний крутильной и продольной моды.