10 класс
Пружинный маятник

Решение.

Часть 1. Продольные колебания

1. Снимем зависимость периода продольных колебаний стержня от объема воды в бутылке. Для этого с помощью мензурки нальём в бутылку воду объемом V и выведем маятник из положения равновесия. Для повышения точности эксперимента предлагается измерять N периодов колебаний, причем каждое измерение повторять по 3 раза, после чего значение периода колебаний при данном объеме V будем считать как среднее из t_{1-3}. Результаты измерений представлены в таблице.

N, шт	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t, с	T, с	V, мл	T^2, с^2
20	9.84	9.87	9.82	9.84	0.49	50	0.24
10	6.22	6.19	6.28	6.23	0.62	100	0.39
10	7.25	7.06	7.22	7.18	0.72	150	0.52
10	8.16	8.22	8.22	8.20	0.82	200	0.67
10	8.87	9.03	9.03	8.98	0.90	250	0.81
10	9.63	9.54	9.63	9.60	0.96	300	0.92
10	10.34	10.28	10.35	10.32	1.03	350	1.07
10	10.91	10.84	10.88	10.88	1.09	400	1.18
10	11.65	11.68	11.59	11.64	1.16	450	1.35
10	12.25	12.31	12.34	12.30	1.23	500	1.51

2. Найдем α и β с помощью метода размерностей:

$$T = Cm^{\alpha}k^{\beta}$$

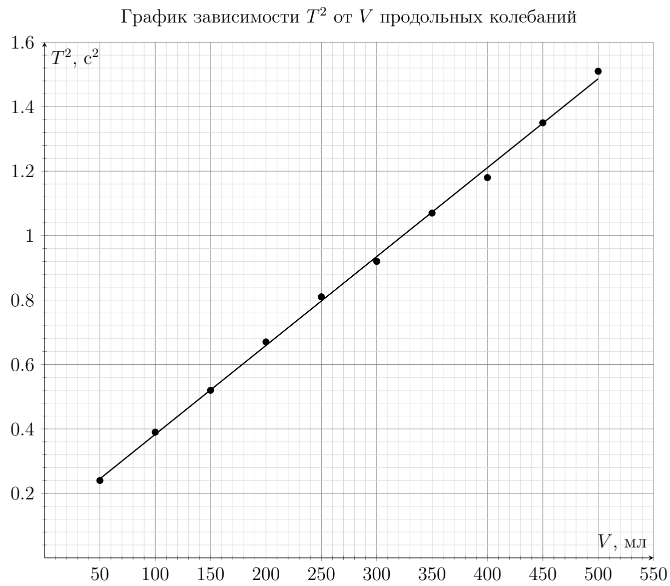
$$[T] = \text{с} \quad [m] = \text{кг} \quad [k] = \text{Н/м} = \text{кг/с}^2$$

Отсюда получаем, что:

$$\beta = -\frac{1}{2} \qquad \alpha = \frac{1}{2}$$

$$T = C\sqrt{\frac{m}{k}}$$

3. Из выведенной нами теоретической зависимости следует, что график $T^2(V)$ должен быть линейным. Рассчитаем для каждого T соответствующий ему T^2 и построим экспериментальный график зависимости $T^2(V)$.



4. Как видно, график является линейным, что подтверждает теоретическую модель. Из параметров графика определим коэффициент C (угловой коэффициент) и массу пустой бутылки (точка пересечения с осью ординат):

$$C = (6.22 \pm 0.26) \qquad m_{\text{бут}} = (37.5 \pm 1.8)\,\text{г}$$

Часть 2. Крутильные колебания

Повернем стержень со шпилькой вокруг оси симметрии на малый угол и отпустим. Заметим, что в системе установились колебания, которые отличаются от тех, что мы наблюдали в первом пункте.

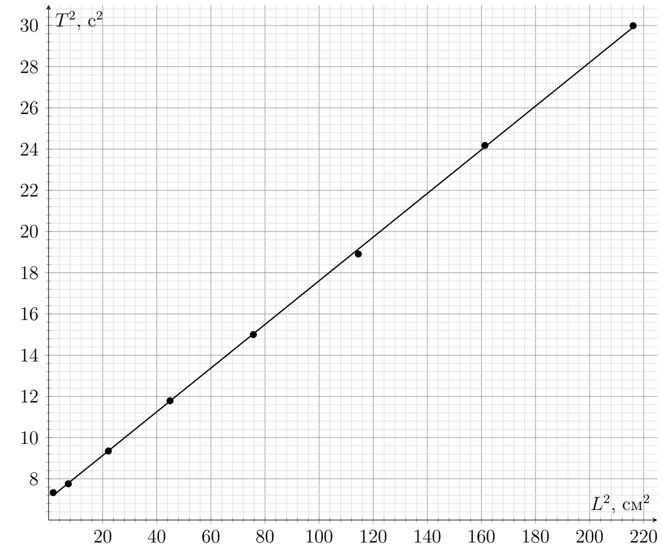
Теперь периодически изменяется угол поворота системы «стержень – шпилька» вокруг оси симметрии. Такое движение носит название крутильных колебаний.

Снимем зависимость периода крутильных колебаний от расстояния x между гайками. Результаты измерений представлены в таблице.

N, шт	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t, с	T, с	L, см	L^2, см^2	T^2, с^2
5	27.38	27.44	27.32	27.38	5.48	14.7	216.09	29.99
5	24.5	24.63	24.63	24.59	4.92	12.7	161.29	24.18
5	21.73	21.75	21.75	21.74	4.35	10.7	114.49	18.91
5	19.34	19.37	19.38	19.36	3.87	8.7	75.69	15.00
5	17.16	17.22	17.13	17.17	3.43	6.7	44.89	11.79
5	15.34	15.34	15.18	15.29	3.06	4.7	22.09	9.35
5	13.93	13.93	13.93	13.93	2.79	2.7	7.29	7.76
5	13.56	13.53	13.53	13.54	2.71	1.3	1.69	7.33

1. Из уравнений динамики вращательного движения следует, что $T^2 \sim I$, где I — момент инерции системы. Он складывается из моментов инерции тел относительно осей, проходящих через их центры масс, и добавки $2m_{\text{г}}\left(\dfrac{L}{2}\right)^2$, следующей из теоремы Гюйгенса–Штейнера. Таким образом график $T^2(L^2)$ должен быть линейным, а сама зависимость $T(L)$ имеет вид: $T = A\sqrt{L^2 + L_0^2}$, где A и L_0 — какие-то постоянные размерные величины.

2. Построим график $T^2(L^2)$:



3. Как видно, экспериментальная зависимость $T^2(L^2)$ является линейной, что подтверждает предложенную выше теоретическую модель. Рассчитаем параметры нашей теоретической зависимости через угловой коэффициент и точку пересечения с осью ординат полученного графика. $A = \sqrt{k} = (32.5 \pm 1.8) \cdot 10^{-2}$ с/см, а $L_0 = \dfrac{k}{b} = (66.2 \pm 3.4)$ см.