

8 класс**Циклоида**

В этой задаче нужно оценивать погрешности!

Оборудование. Кусок картона 10 x 10 см; циркуль; линейка; миллиметровая бумага; ножницы.

Введение.

Точка, находящаяся на ободу колеса, которое катится по плоской поверхности без проскальзывания, движется по криволинейной траектории. Эта траектория — **циклоида**, замечательная кривая, обладающая целым рядом удивительных свойств.

В данной работе вам необходимо как можно точнее построить циклоиду и измерить некоторые ее геометрические характеристики.

Задание.**Часть 1. Построение циклоиды**

Для достаточно точного построения циклоиды удобно использовать круглый картонный диск, разделенный на 24 одинаковых сектора, периметр (длина окружности) диска должен быть равен 24 см.

1. Чему должен быть равен диаметр диска D_0 , чтобы его периметр равнялся 24 см?

Чтобы разбить диск на 24 равных сектора рекомендуем поступить следующим образом. На листе бумаги с помощью циркуля постройте окружность, диаметр которой превышает D_0 . С помощью того же циркуля разбейте построенную окружность на 6 равных частей. После этого каждую из 6 частей разбейте на 2 равные части, а затем каждую из 12 частей еще раз разделите пополам. Проведите построения с помощью циркуля и линейки, без измерения длин различных отрезков.

Лист с вашими построениями необходимо сдать. Правильность и точность построений оцениваются!

Вырежьте из куска картона круг, диаметра D_0 (при котором длина окружности равна 24 см). Используя лист с геометрическими построениями разбейте диск на 24 равных сектора.

Этот картонный кружок также необходимо сдать для оценивания. Наклейте на него наклейку для упрощения процедуры опознания.

Используя размеченный диск, постройте на листе миллиметровой бумаги дугу циклоиды, соответствующую одному обороту диска. Достаточно построить 24 точки, лежащие на

дуге циклоиды, (соответствующие повороту диска на $1/24$ одного оборота) и аккуратно соединить их плавной линией.

Кратко опишите с помощью рисунка использованный метод построения циклоиды.

Часть 2. Измерение параметров циклоиды с максимальной точностью

1. Проведите «оцифровку» построенной кривой, т.е. измерьте и занесите в Таблицу 1 координаты построенных точек.

Ось X совпадает с прямой, по которой прокатывается диск. Ось Y перпендикулярная оси X . Начало координат совпадает с начальной точкой. В этой же таблице Вы можете приводить и результаты дальнейших расчетов.

2. Используя найденные координаты всех точек рассчитайте длину циклоиды L . Приведите формулы, по которым Вы провели этот расчет.
3. Длина циклоиды связана с радиусом диска простым соотношением

$$L = C_1 D_0 \quad (1)$$

Используя результаты своих измерений и расчетов, найдите значения коэффициента C_1 в этой формуле. Выскажите предположение о точном (теоретическом) значении коэффициента в формуле (1).

4. Используя найденные координаты всех точек рассчитайте площадь под циклоидой (от циклоиды до оси X) S_0 . Приведите формулы, по которым Вы провели этот расчет.
5. Площадь циклоиды связана с площадью диска простым соотношением

$$S = C_2 S_0 \quad (2)$$

Используя результаты своих измерений и расчетов, найдите значения коэффициента в этой формуле. Выскажите предположение о точном (теоретическом) значении коэффициента в формуле (2).

Часть 3. Приближенное измерение длины циклоиды

В данной части Вам следует показать, что проведенные во второй части задачи громоздкие вычисления являются излишними.

1. Вырезанный вами диск не является идеальным! Проведите несколько измерений диаметра вашего диска, найдите относительную погрешность измеренного значения диа-

метра $\varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D_0}$. С какой относительной погрешностью следует измерять длину дуги циклоиды?

2. Используя измеренное значение диаметра и точную формулу, полученную в п.3 предыдущей части, рассчитайте длину циклоиды.
3. Проведите приближенные измерения длины циклоиды. Для этого замените циклоиду на вписанную ломанную линию, состоящую из 2, 4, 8 отрезков. Длина циклоиды приближенно равна длине построенной ломанной. Измерьте длины построенных ломанных L_2 , L_4 , L_8 . Сделайте вывод: по скольким отрезкам можно измерять длину циклоиды с максимально допустимой погрешностью?