

**XXIV Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада**
практический тур, решения

2017
12
марта

10 класс

Вам дана последовательность негативных изображений четырех экзопланет, обращающихся вокруг молодой звезды с видимой звездной величиной 6^m . Звезда на снимках экранирована, ее положение отмечено звездочкой. На изображениях приведены даты получения снимков и характерный масштаб: длина полосы соответствует 20 а.е. (20 au).

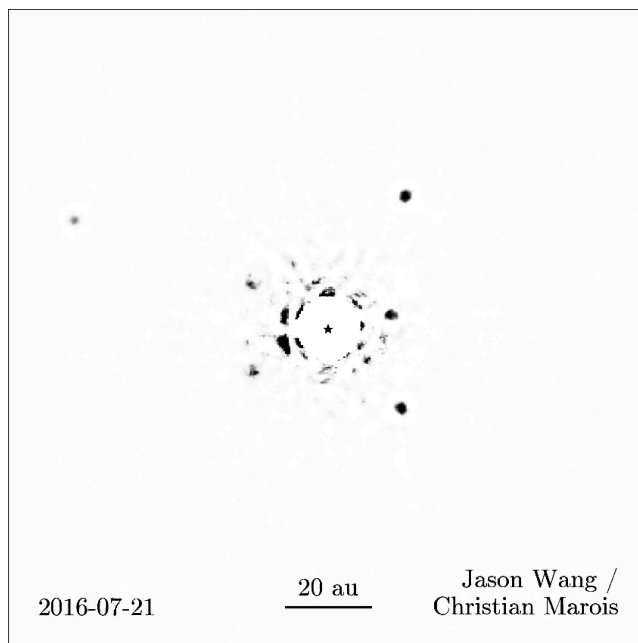
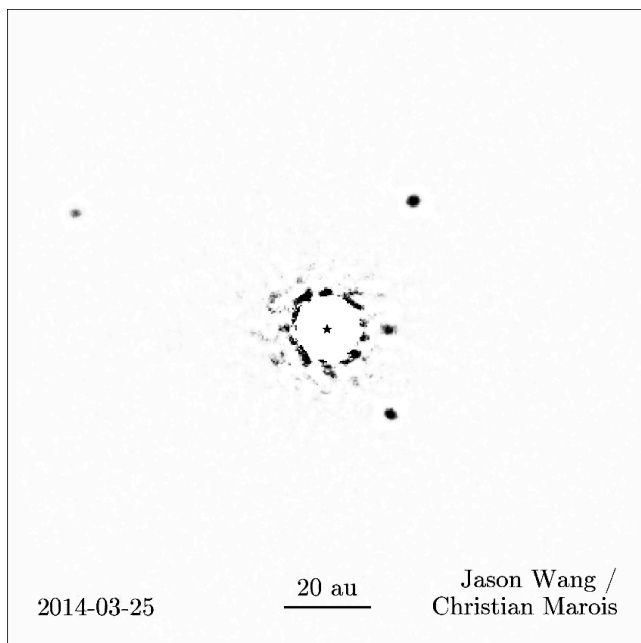
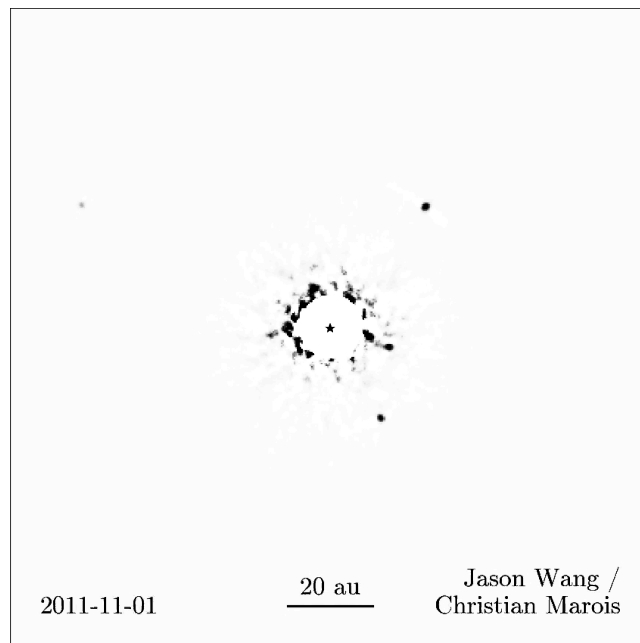
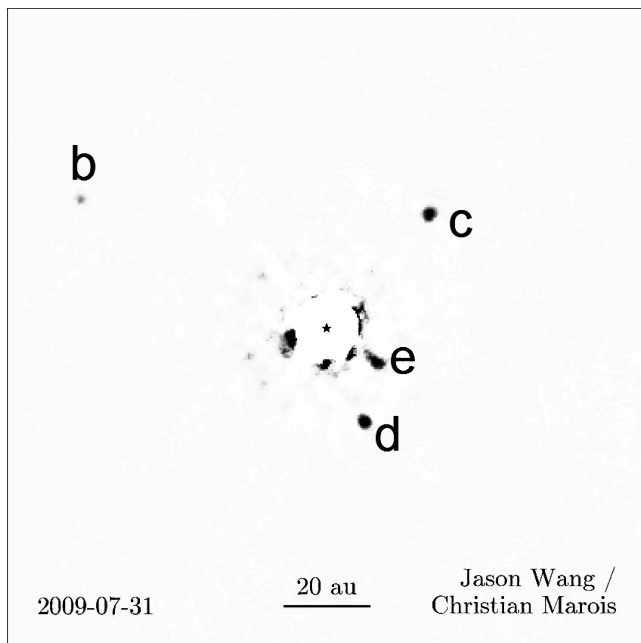
Оцените следующие величины:

- радиусы орбит планет;
- периоды обращения планет;
- массу звезды;
- температуры планет;
- температуру звезды.

Как Вы думаете, на какой из этих планет (или каких) принципиально возможно наличие жизни земного типа? Почему?

Расстояние от Солнца до планетной системы составляет 130 световых лет. Орбиты планет можно считать круговыми, плоскость орбит — лежащей перпендикулярно лучу зрения. Все объекты считать чернотельными. Ориентацию всех снимков можно считать одинаковой.

Итоговый ответ про планеты оформите в виде таблицы.



Решение:

В условии задачи приведены изображения планетной системы около звезды HR 8799, которая послужила «прототипом» системы в задаче. Планеты на первом снимке обозначены буквами от b до e (порядок букв соответствует порядку, в котором планеты были обнаружены).

Проще всего определить радиусы орбит планет, измерив расстояние от планеты до звезды линейкой. Результаты измерения приведены в таблице в конце решения.

Определение орбитальных периодов планет можно провести как минимум двумя способами. Во-первых, при помощи транспорта можно определить угол, на который повернулись

планеты за время наблюдения. Тем самым, зная даты получения снимков, можно определить угловые скорости планет и, следовательно, их периоды обращения. Во-вторых, независимо оценив массу звезды (см. ниже), можно воспользоваться III законом Кеплера и получить периоды обращения по известным радиусам.

Поскольку нам известно расстояние до звезды (его удобнее перевести в парсеки, получится около 40 пк) и ее видимая звездная величина, можно определить абсолютную звездную величину звезды: $M = m - 5 \lg r + 5 = 3^m$ (при этом придется вычислить $\lg 40$, что можно сделать, например, так: $\lg 40 = \lg 10 + \lg 4 = 1 + 2 \lg 2 \approx 1 + 2 \cdot \frac{1}{3} = 5/3$).

Так как звезда молодая, то она является звездой Главной Последовательности, и для нее можно воспользоваться соотношением между светимостью и массой звезд ГП:

$$\frac{L}{L_{\odot}} \approx \left(\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{\odot}} \right)^4.$$

Звезда ярче Солнца примерно на 2^m , так что ее светимость больше солнечной примерно в $2.5^2 = 6.3$ раза, а масса, соответственно, в $\sqrt{2.5} \approx 1.6$.

Тут тоже можно действовать другим путем: зная орбитальные периоды планет и радиусы их орбит, найти массу звезды из III закона Кеплера (результат, естественно, окажется таким же). Так как

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G\mathfrak{M}} \quad \Rightarrow \quad \mathfrak{M} = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2},$$

можно по данным для каждой из четырех планет получить оценку массы звезды, после чего вычислить среднее всех четырех оценок. При этом удобно выражать радиусы орбит в астрономических единицах, а периоды — в годах. В этом случае, если масса звезды выражена в массах Солнца, $G = 4\pi^2$, и вычисления существенно упрощаются.

Теперь займемся температурами планет. Для того, чтобы на чернотельной планете с радиусом R , находящейся на расстоянии a от звезды со светимостью L , установилась некоторая температура T , нужно, чтобы в единицу времени планета поглощала столько же энергии от звезды, сколько излучает сама. Запишем соответствующее соотношение:

$$\frac{L}{4\pi a^2} \cdot \pi R_p^2 = 4\pi R_p^2 \sigma T^4,$$

где R_p — радиус планеты, σ — постоянная Стефана-Больцмана. Отсюда

$$T = \sqrt[4]{\frac{L}{16\pi\sigma a^2}}.$$

Для вычислений этой формулы достаточно, но можно немного упростить работу, если записать такое же выражение для Солнца и Земли (конечно, Земля не является абсолютно черным телом, но, с другой стороны, поправочный коэффициент, определяемый альбедо Земли, будет порядка единицы, при вычислении температуры из него будет извлекаться корень четвертой степени, так что результат при таком приближении изменится слабо). Тогда

$$T_{\oplus} = \sqrt[4]{\frac{L_{\odot}}{16\pi\sigma a_{\oplus}^2}}$$

и

$$\frac{T}{T_{\oplus}} = \frac{\sqrt[4]{L/L_{\odot}}}{\sqrt{a/a_{\oplus}}} = \frac{\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_{\odot}}{\sqrt{a}},$$

где в последнем выражении a измеряется в астрономических единицах. Заодно мы воспользовались связью между массой и светимостью звезды. Осталось сказать, что $T_{\oplus}$ — равновесная температура Земли — около $3 \cdot 10^2$ К, после чего можно вычислять температуры (результаты вычислений находятся в таблице в конце решения).

Однако при такой оценке мы предполагаем, что планеты не имеют собственных источников энергии. Если это не так (а в реальной планетной системе HR 8799 это действительно не так), то полученные нами оценки температур являются лишь минимально возможными значениями, а реальные температуры по имеющимся данным определить невозможно.

Зато возможно дать однозначный ответ на вопрос о возможности наличия жизни. Если планеты не имеют собственных источников энергии, то их равновесные температуры слишком малы для того, чтобы на них могла иметься вода в жидком виде (а она для жизни земного типа необходима). Конечно, можно попытаться учесть возможность наличия парникового эффекта и т.п., но в такой ситуации лучше задуматься над другим вопросом: почему мы вообще видим планеты предположительно земного типа на достаточно большом расстоянии от соответствующей звезды? Даже без численных оценок очевидно, что это возможно только в том случае, если планеты очень большие или очень горячие (или и то, и другое сразу, что в действительности и реализуется). Соответственно, сам факт возможности прямого наблюдения этих планет означает, что жизнь земного типа на горячих (и, как следствие, очень молодых) планетах-гигантах нереальна.

Остался последний вопрос — оценка температуры звезды T_* . Тут можно либо вспомнить вид диаграммы Герцшпрунга-Рассела и сказать, что звезда ГП с $M = +3^m$ лежит где-то между звездами спектрального класса G (как Солнце), температура которых около $6 \cdot 10^3$ К, и класса A (как Сириус или Вега) — с температурой $10 \cdot 10^3$ К. Взяв среднее, получим близкую к действительности оценку $8 \cdot 10^3$ К.

Второй вариант оценки можно получить, вспомнив, что радиусы (R) и светимости звезд ГП соотносятся примерно как $L \propto R^5$. Поскольку $L \propto R^2 T_*^4$, то $T_*^4 \propto R^3 \propto L^{3/5}$. Отсюда $T_* \propto L^{3/20}$ или, вспоминая уже известное соотношение $L \propto \mathfrak{M}^4$, $T_* \propto \mathfrak{M}^{3/5}$. Вычисляя $1.6^{3/5} \approx 1 + 0.6 \cdot 0.6 = 1.36$ и умножая это на известную температуру Солнца $6 \cdot 10^3$ К, получаем те же 8 тысяч кельвинов.

Итоговая таблица:

№	Планета	a , а.е.	P , лет	T , К
1	e	15	58	120
2	d	24	73	100
3	c	38	146	80
4	b	68	350	60

В.В.Григорьев, П.А.Тараканов