

Задачи и решения (5-6 классы)

1. В одном фантастическом фильме описывается вспышка сверхновой, наблюдавшаяся на Земле. Как утверждается в фильме, через 20 лет после регистрации вспышки до Земли дошла ударная волна, возникшая при вспышке (что привело к разнообразным катаклизмам на Земле). Предположим, что ударная волна распространялась со скоростью 20 тыс.км/с (что близко к реальной средней скорости ударных волн, возникающих при вспышках сверхновых). На каком расстоянии от Земли должна была бы находиться такая сверхновая? Какие объекты в действительности находятся на таких расстояниях?

Решение: Скорость света равна 300 тыс. км/с, что в 15 раз больше скорости ударной волны. Поэтому временем распространения света для оценки можно пренебречь, и расстояние, на которое авторы фильма поместили сверхновую, можно вычислить, умножив скорость распространения волны на 20 лет. Проще всего заметить, что скорость распространения волны равна $1/15$ светового года в год, поэтому расстояние окажется равным $20/15$ св.года, т.е. примерно 1.3 св.года. Никаких хорошо известных объектов на этом расстоянии от Земли нет - объекты Солнечной системы находятся существенно ближе, а расстояние до ближайшей к Солнцу звезды примерно в 3 раза больше.

2. Пассажир поезда видит в одном окне Венеру, а в противоположном - Луну. В какой примерно фазе была Луна?

Решение: Венера находится ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому для земного наблюдателя она всегда располагается достаточно близко к Солнцу на небе. Так как Луна, по условию, находится в противоположном направлении, то это означает, что Солнце и Луна находятся примерно в противоположных направлениях от Земли и, следовательно, Луна в полнолунии.

3. Герой стихотворения Валентина Берестова возвратился в Москву из путешествия. Вот как он описывает свои впечатления:

А там в степи - костра остывший пепел
Мы дома. Степь отсюда не видна.
И всё-таки, хоть мы ушли из степи,
Из нас не хочет уходить она...
Ещё нас будит среди ночи где-то,
Невидимым лучом коснувшись глаз,
За три часа до здешнего рассвета
Степное солнце, вставшее без нас.

Оцените географическую долготу тех мест, где путешествовал герой, если известно, что местное время в Петербурге и в Москве отличается на полчаса.

Решение: Так как в стихотворении упоминается степь, то широта места путешествия не должна существенно отличаться от широты Москвы. Поэтому местное время восхода Солнца в этом месте и в Москве должно быть примерно одинаковым.

В солнечных сутках 24 часа, в окружности 360° , поэтому разница моментов восхода в один час на одной и той же широте соответствует разнице долгот на $360^\circ / 24 = 15^\circ$. По условию, долгота места путешествия отличается от долготы Москвы на 3 часа, а от долготы Петербурга - на 3.5 часа. Переводя это отличие в градусы, получаем $3.5 \cdot 15^\circ \approx 50^\circ$. Так как долгота Петербурга равна 30° восточной долготы, получаем, что долгота места путешествия примерно равна 80° восточной долготы. Если воспользоваться географической картой, то можно найти место путешествия и более точно - по-видимому, это юг Алтайского края или восточный Казахстан.

4. Известно, что все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении (против часовой стрелки, если смотреть со стороны северного полюса Земли). В некоторый момент планеты Венера и Юпитер оказались на небе рядом и недалеко от Солнца. В какую сторону относительно Солнца они будут перемещаться по небу для земного наблюдателя? Рассмотрите все возможные случаи.

Решение: Юпитер находится дальше от Солнца, чем Земля, поэтому если он оказался на небе рядом с Солнцем, то это означает, что он находится за Солнцем (в т.н. "верхнем соединении"). Венера ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому она в таком случае может оказаться и за Солнцем (в верхнем соединении), и перед ним (в нижнем соединении).

Пусть наблюдатель находится в северном полушарии Земли. Для него планета, находящаяся в верхнем соединении, движется влево, а планета, находящаяся в нижнем соединении - вправо. Однако сама Земля также движется вокруг Солнца, причем ее угловая скорость меньше угловой скорости Венеры, но больше угловой скорости Юпитера. Поэтому Юпитер для земного наблюдателя будет смещаться направо, а Венера - также направо, если она находится в нижнем соединении, и налево, если она находится в верхнем соединении.

Для наблюдателя, находящегося в южном полушарии, можно провести аналогичное рассуждение. Однако проще заметить, что он будет

расположен "кверх ногами" по отношению к предыдущему наблюдателю, поэтому ответы для него можно получить заменой "налево" на "направо" и наоборот.

От отдельного рассмотрения двух полушарий Земли можно избавиться и другим способом, заметив, что для наблюдателя в северном полушарии движение направо - это движение на запад, а движение налево - на восток. При смене полушария Земли запад и восток не меняются, поэтому сформулированный таким образом ответ будет универсальным для обоих полушарий.

5. В некотором году 1 января пришлось на понедельник. Найдите минимально возможное и максимально возможное количество лет, которое может пройти до следующего 1 января, которое также придется на понедельник.

Решение: Поделим 365 и 366 на 7 с остатком. Получим остатки, равные, соответственно, 1 и 2. Это означает, что если понедельник 1 января был в високосном году, то следующее 1 января будет средой, а если в невисокосном - вторником. Тогда каждые четыре года 1 января будет смещаться на 5 дней недели вперед и очевидно, что сдвиг на 7 дней недели может произойти не менее чем за 5 лет (в течение которых должно быть два високосных года). Первый ответ получен, возможный минимум - 5 лет.

Второй ответ получить сложнее. Ясно, что продолжительность цикла без понедельников увеличится в том случае, если в цикле будет високосный год, начинающийся в воскресенье (назовем его "опорным") - тогда следующий начнется во вторник. Отсчитывая дни недели 1 января от этого опорного года вперед и назад, получим такую последовательность дней 1 января: понедельник, вторник (високосный), четверг, пятница, суббота, воскресенье (високосный, опорный), вторник, среда, четверг, пятница (високосный), воскресенье, понедельник. Получается последовательность длиной в 11 лет. Сделать так, чтобы в ней два високосных года начинались на воскресенье, уже не удастся - числа 4 (цикл високосных годов) и 7 (цикл дней недели) взаимно просты, поэтому такие года отстоят друг от друга на 28 лет.

Тем не менее улучшить этот результат все же можно. Дело в том, что некоторые года, номера которых делятся на 4, в григорианском календаре не являются високосными. Это года, номера которых делятся на 100 и не делятся на 400 (за всю историю григорианского календаря таких было три - 1700, 1800, 1900).

Если номер нашего опорного года заканчивался на ...96 и следующий за ним високосный год появлялся только через 8 лет (годятся такие

варианты: 1696, 1796, 1896), то конец предыдущей последовательности "пятница (високосный), воскресенье, понедельник" превратится в такой: "пятница (невисокосный, номер заканчивается на два нуля), суббота, воскресенье, понедельник". Последовательность удлинится на один год и ее длина достигает 12 лет.

Аналогичной будет и ситуация, когда опорный год заканчивается на ...04 - в этом случае последовательность также удлинится на один год, только спереди. Но так как удлинить ее с двух сторон сразу невозможно, то максимально возможная продолжительность остается равной 12 годам.