

УСЛОВИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

ЧАСТ 1

57-ва МОСКОВСКА АСТРОНОМИЧЕСКА ОЛИМПИАДА (2003)

7 клас

- 1.1. В операта на италианския композитор Джакомо Пучини „Мадам Бътерфлай”(Чио-Чио-сан), един от героите (Пинкертон) в първо действие на спектакъла пее следното: „И хиляди звезди ни гледат със своите очи”. Потвърдете или опровергайте думите на Пинкертон, от астрономическа гледна точка.
- 1.2. Масите и размерите на Луната и Титан (спътник на Сатурн) са приблизително равни, но Титан има атмосфера, а на Луната не може да има. Защо?
- 1.3. В учебника по астрономия на А.В.Засов и Е.В.Кононович е показано, че орбитите на Нептун и Плутон се пресичат. Значи ли това, че някога планетите биха се сблъскали? Защо това не се е случило до сега? Орбиталният период на Нептун е 165г., а на Плутон – 248г.
- 1.4. През какви интервали от време е целесъобразно да изстрелваме космически кораби към Венера?

8-9 клас

- 1.5. Вътрешната планета А и външната В при наблюдение от Земята имат еднакъв синодичен период S. Какъв е синодичният период на планетата А, при наблюдение от планетата В?
- 1.6. Радиантът на метеорния поток е бил с координати $\alpha=18^{\text{ч.}}$, $\delta=+65^{\circ}$, а самият поток е бил активен 12 часа. Оценете ширината на този поток.
- 1.7. Ние сме в северното полукълбо и наблюдаваме изгрева на звезда А с деклинация $\delta=-8^{\circ}$, и в същото време залязва звезда В с деклинация $\delta=+16^{\circ}$. Кое ще наблюдаваме първо: близкият залез на звездата А или изгрев на звездата В?
- 1.8. Известно е, че моментите на настъпване на океанските приливи всеки ден са отместени приблизително с 50мин. Защо?

10-11клас

- 1.9. Един начинаещ любител на астрономията разказвал, че е видял как звездите „летели от долу нагоре”. Възможно ли е? Обосновете отговора.
- 1.10. Защо земните приливи на Луната примерно са 20 пъти по-силни, отколкото лунните на Земята, като знаем че масата на Земята е 81 пъти масата на Луната?
- 1.11. По време на най-голяма елонгация на Венера, от някои точки на Земята Слънцето се вижда на юг, а Венера – на същата височина на север. Може ли да се случи това, ако да – то от кои широчини на Земята и на каква височина над хоризонта са били Слънцето и Венера? Решете задачата за случай, когато Слънцето се е намирало на запад, а Венера на същата височина на изток.
- 1.12.Затъмнително-променлива се състои от две еднакви по блясък 6^{m} и температура повърхности 5000К и 10000К. Какъв е блясъкът на променливата в моментите на главен и вторичен минимум на блясъка ѝ извън затъмнение? Считайте, че повърхностната яркост на звездата е еднаква по целия диск, а Земята е в плоскостта на орбитата на звездата.

II тур

7 клас

1.13. В един и същи ден били регистрирани следните събития (по универсално време):

- събитие А – земетресение в Япония в 12ч.02мин;
- събитие В – образуване петна на Слънцето в 12ч.10мин;
- събитие С – избухване на Слънцето в 12ч.12мин.

Какво ще кажете за последователността на тези събития във времето?

1.14. Къде ще се намира Слънцето, ако ние го наблюдаваме от околностите на Сириус?

1.15. Приемайки дължината на екватора за 40000км, намерете грешката (в км) на дължината на екватора, ако дължината се определя от показанията на часовника с грешка по време 1мин.

1.16. През първия ден на Новата година е имало покритие на Марс от Луната, което е започнало в полунощ, а е завършило едновременно със залеза на Луната. Ще има ли през започналата година противостоене на Марс?

1.17. През 2003г. Юпитер е бил в противостоене в началото на февруари. Как през този месец ще се измени неговата максимална височина над хоризонта на ширината на Москва?

8-9 клас

1.18. Ератостен през 250г. пр.Хр. определил, че Слънцето се намира в Сиена (днес Асуан) в зенита в този момент, когато в Александрия то се намира на $7^{\circ}12'$ на юг от зенита. Разстоянието между пунктовете на наблюдение е 5000стадия. Определете, на колко е равен един стадий?

1.19. В съзвездие Дракон е открита нова комета, намираща се на разстояние 6а.е. от Земята. Изчисленията за орбитата на кометата показват, че тя е силно изтеглена, и след известно време тя ще е на минимално разстояние (0,5а.е.) от Слънцето и ще се вижда с невъоръжено око. В кое полукълбо на Земята ще се вижда по-добре през това време?

1.20. Колко пъти се преобръща в тримерното пространство картинката на небесен обект при визуално наблюдение в телескоп-рефрактор с окуляр на Хюйгенс?

1.21. Намирайки се в северното полукълбо, ние наблюдаваме на 22 декември парадоксално явление: планетата Венера, намирайки се в точката на най-голяма елонгация, изгрява точно от юг. На каква ширина се намираме, и каква е елонгацията на Венера – източна или западна? Къде се е намирало Слънцето?

1.22.(За 300 годишнината на Санкт-Петербург) На 31май 2003г. в деня на 300-годишнина от основаването на Санкт-Петербург, практически на цялата територия на Русия ще има частично слънчево затъмнение. В Санкт-Петербург то ще бъде рано сутринта, и Слънцето ще се превърне в сърп с рога, насочени нагоре. Как ще се изменя момента на максимална фаза на затъмнението и значението на максималната фаза с отдалечаване от Санкт-Петербург в източна посока?

10-11 клас

1.23. Вие сте свидетел на рядко явление – покритие на Марс от Луната по време на велико противостоене на Марс. В кое полукълбо на Земята се намирате?

- 1.24. Къде в космоса са се образували химическите елементи, от които се състои любимото ви котенце? Златната статуетка на любимото котенце? Диамантените подложки на статуетката на любимото котенце?
- 1.25. Звездата Капела се отнася към същия спектрален клас, както и Слънцето. Разстоянието до нея е 13 pc, а на нашето небе се вижда като звезда като звезда от $0,1^m$. На какво разстояние от Капела трябва да се намира планета със средна плътност 1 g/cm^3 , за да бъдат условията на повърхността ѝ сходни със земните? Каква трябва да бъде масата на тази планета?
- 1.26. Междупланетен космически кораб се приближава до Юпитер. Изпълнявайки традиционната маневра в близост до тази планета, апаратът започва да се отдалечава от нея, имайки скорост по-голяма, отколкото преди сближаването, макар двигателите му по време на маневрата да не са се включвали. От коя страна на Юпитер на земното небе се е намирал апаратът преди сближаването с него? А след сближението?
- 1.27. С методите на интерферометрията става възможно измерването на ъгловия диаметър на звезда с блясък $4,7^m$, който се оказал равен на 0,004 ъглови секунди. Спектроскопичните наблюдения на тази звезда показали, че жълтата линия на натрия ($5890 \text{ \AA}$) има две компоненти - ярка и слаба, при това дължината на слабата компонента се изменя синусоидално с амплитуда $0,6 \text{ \AA}$ и период 39 год, а един път за този период слабата въобще изчезва за 230 дни. Оценете разстоянието до звездата, масата ѝ и температурата на повърхността ѝ. Към кой тип се отнася?

Част 2.

58-ма МОСКОВСКА АСТРОНОМИЧЕСКА ОЛИМПИАДА (2004г.)

I ТУР

7 клас

- 2.1. През 2004г. ще се наблюдава астрономическо явление – преминаване на Венера по диска на Слънцето. От коя страна на слънчевия диск ще се появи Венера? Може ли да се види с невъоръжено око?
- 2.2. Две различни звезди изгряват и залязват едновременно. Къде на Земята се намира наблюдателят?
- 2.3. След залез Слънце над източния хоризонт се появява ярко звездообразно светило. Какво може да бъде това?
- 2.4. Ученик веднъж разказал на свой приятел, че по време на пълно слънчево затъмнение той видял на потъмнялото небе няколко ярки звезди, Венера, Юпитер и сърп на Луната, на който прекрасно се виждали дори големите кратери. Как мислите, не послъгва ли ученика своя приятел?

8-9 клас

- 2.5. На пролетната ваканция московският ученик Ваня решил да замине в Петербург. Хубаво е да бъдеш в този прекрасен град! Спускайки се към Нева, около Петро-Павловската крепост, Ваня се разхождал край крепостните. Тук - там Нева била все още покрита с тънък лед, а на земята имало още мартенски сняг. Изведнъж Ваня видял любопитно зрелище – до стената имало много любопитни хора в бански костюми, да се пекат на Слънце! На тези хора никак не им било хладно,

било им много топло и приятно, независимо от това, че под краката им лежал сняг, стената била много топла. Но да седиш било много студено. Обяснете защо.

- 2.6. В жълти лъчи звездите А и В светят еднакво, а в червените лъчи звездата В е с $0,1^m$, от звездата А. Коя от звездите е по-гореща?
- 2.7. Колко време минава от изгрева до залеза на Луната на екватора? Рефракцията и паралаксът да не се отчита.
- 2.8. Както е известно, Слънцето се движи около центъра на Галактиката със скорост около 250км/сек, и в настоящия момент това движение е в направление към съзвездие Цефей. Защо в много книги е написано, че апексът на движението на Слънцето се намира в съзвездие Херкулес?

10-11 клас

- 2.9. На 8 юни 2004г. ще има пасаж на Венера. С колко могат да се различават моментите на първи контакт на дисковете на Слънцето и Венера при наблюдение от различни области на Земята?
- 2.10. Както е известно, най-краткият ден в северното полукукло е 22 декември. Но най-късният изгрев на Слънцето на ширината на Москва е близо до Нова година. Къде е причината за това несъответствие? Как ще се изменя датата на най-късният изгрев при движение от север на юг?
- 2.11. По време на пълнолуние мощна пушка, установена на Луната, се насочва към центъра на диска на Земята и изстрелва снаряд, летящ със скорост 80км/сек. Ще достигне ли снарядът повърхността на Земята?
- 2.12. В далечна галактика е избухнала свръхнова звезда. Нейният блясък в максимума е бил 22^m . Линията на водорода H_{β} , наблюдавана в нейния спектър, се е съединила с линията H_{α} на лабораторния водороден стандарт. Какъв блясък би имала тази свръхнова, ако се намира в близост до центъра на галактиката, на разстояние 8 крс от Слънцето? Лабораторните дължини на вълните на линиите H_{α} и H_{β} са 6563 и 4861 ангстрема, константата на Хъбл е 65km/s.Мрс. Междувъзвездното и междугалактичното поглъщане се пренебрегва.

II ТУР

7 клас

- 2.13. Връщайки се от дълго пътешествие, млад природолюбител разказал на приятелите си много интересни и удивителни истории. Но приятелите, никога не пътували зад граница, не повярвали на някои истории. А вие ще им повярвате ли?
- 1) "...Има град, където денят е равен на нощта през цялата година, а понякога по пладне стоящите на земята предмети не хвърлят сянка"
- 2) "...Бях още в страна, където на Лунния сърп през нощта рогата са насочени винаги нагоре..."
- 3) "...А в една от страните Слънцето през деня се намира през цялото време в северната част на небето..."
- 2.14. Венера е в тясно съединение с Марс. На коя от планетите през това време видимият диаметър е по-голям?
- 2.15. Метеорите на кой от двата октомврийски метеорни потока – Драконида или Орионида – е по-бърз и защо?

- 2.16.** По време на противостоене външна планета е имала добра видимост през нощта в ярката част на Млечния път. През кой сезон е било противостоенето на планетата, и в кое съзвездие се е наблюдавало?
- 2.17.** Две покрития на Марс от Луната са били с интервал 26,5 дни. Каква (примерно) е била фазата на Луната по време на тези затъмнения?

8-9 клас

- 2.18.** Две звезди имат координати $\alpha = 18^h, \delta = +5^\circ$ и $\alpha = 6^h, \delta = +35^\circ$. Може ли да наблюдаваме двете звезди на нощното небе на Северния полярен кръг на изток? на юг? на запад? на север?
- 2.19.** Звездата Вега има собствено движение $0,35''$ на година, паралакс $0,129''$ и лъчева скорост -14 км/сек . След колко години Вега ще е два пъти по-близо до нас?
- 2.20.** Жители на една планета са в беда. Космически спасителен кораб с контейнер медикаменти и храна се намира на кръгова орбита около планетата. В даден момент от кораба изстрелват контейнер с маса 1 тон така, че след това той пада по вертикала на повърхността на планетата, отваряйки специален парашут преди кацане, а самият кораб отлита от планетата по параболична орбита. Определете масата на кораба.
- 2.21.** Астероид се върти около Слънцето по кръгова орбита, лежаща в плоскостта на еклиптиката. По удивително съвпадение на всяко противостоене на Марс, този астероид се оказва в противостоене със Слънцето. какъв е радиусът на неговата орбита? Орбитите на Земята и Марс да се смятат за кръгови.
- 2.22.** ”Да предположим, че днес ще има пълно лунно затъмнение с голяма фаза, по време на което Луната ще мине през центъра на земната сянка. За броени секунди преди началото на частичното сенчесто затъмнение ще има покритие на звезда от Луната. Покритието ще е също централно, тоест след време звездата ще мине зад центъра на видимия диск на Луната. Очевидно, покритието ще е на източния лимб на Луната, който в този момент ще е най-близо до западния край на земната сянка. Земната сянка на небесната сфера представлява диск, размерите на който по време на затъмнението не се изменят практически, а центърът ѝ се намира в точка, противоположна на Слънцето и бавно се движи спрямо звездите от запад на изток. Следователно, по време на покритието западния край на земната сянка постепенно ще се отдалечава от звездата, и нейното излизане зад диска на Луната в нашия наблюдателен пункт ще е преди началото на пълното затъмнение и ще се наблюдава в този край на диска, който още не е потънал в сянката на Земята”.

Справедлив ли е изводът на автора, и ако не, къде се крие грешката в неговите разсъждения?

10-11 клас

- 2.23. а (за 10 клас).** В деня на пролетното равноденствие на Земята има слънчево затъмнение. За наблюдател, намиращ се на екватора, то започва с изгрева на Слънцето, а диска на Луната застъпва слънчевия точно отгоре. Какво ще бъде затъмнението в дадената точка на Земята? В кое полукълбо на Земята фазата на затъмнението ще е най-голяма?
- 2.2. в (за 11 клас).** Частично слънчево затъмнение настъпва в деня на пролетното равноденствие и се вижда в северното полукълбо на Земята. На каква ширина и по кое време на денонощието ще се вижда неговата най-голяма фаза, ако затъмнението е в близост до низходящия възел на лунната орбита? В близост до възходящия възел на лунната орбита?
- 2.24.** През периода на вечерна видимост планетата Венера два пъти е в съединение с Марс. Могла ли е Венера да се окаже в точката на максимална източна елонгация?

а) преди първото съединение с Марс;

б) между двете съединения с Марс;

в) след второто съединение с Марс.

2.25. Малка планета обикаля около Слънцето по кръгова орбита. Макар плоскостта на планетата да съвпада с плоскостта на еклиптиката, на Земята никога не се наблюдават покрития на дадената планета от Луната. Определете радиуса на орбитата на малката планета.

2.26. Затъмнителна променлива звезда по-голяма част от времето има блясък $4,6^m$, но на всеки 45,5 дни блясъкът ѝ отслабва до $4,7^m$. Паралаксът на звездата е $0,01''$. Спектралните изменения на лъчевите скорости показват наличие на две компоненти с амплитуди $\pm 15 \text{ km/s}$ за по-ярката и $\pm 105 \text{ km/s}$ за по-слабата компонента, периодът на изменението им е равен на периода на колебание на блясъка. По-нататъшните изследвания показват, че ярката компонента е звезда-гигант, чието вещество изтича върху спътника-бяло джудже, образувайки около него акреционен диск. Оценете темпа на акреция на веществото на гиганта върху бялото джудже (в слънчеви маси за година), считайки орбитите на звездите за кръгови и приемайки радиуса на бялото джудже равен на радиуса на Земята.

2.27. Експедиция на междוזвезден кораб достига планета, обикаляща около далечна звезда, и каца на нейното северно полукълбо (60° с.ш.). Макар температурните условия на повърхността на планетата да са сходни със земните, наблюдаваната картина на мястото на кацане поразила всички, дори и опитните пътешественици. Централното светило залязвало всеки път точно на запад, при това точно през 16,14 земни денонощия след предшестващия залез, а изгрявало периодично от север и юг! Оценете наклона на екватора на планетата към плоскостта на орбитата, а също определете разстоянието ѝ до звездата, периода на въртене и масата на звездата, ако е известно, че дадената звезда е от главната последователност, и за такива звезди светимостта е пропорционална на третата степен на масата.

ЧАСТ 3.

59 МОСКОВСКА АСТРОНОМИЧЕСКА ОЛИМПИАДА (2005г.)

I ТУР

7 клас

- 3.1.** Звезда кулминира в 00ч.00мин. и залязва в 07ч.00мин. Кога е нейният най-близък изгрев?
- 3.2.** Ярка комета се вижда на небето до Венера, имаща вид на тънък сърп. Как е разположен сърпът на Венера относно направлението на опашката на кометата?
- 3.3.** Може ли да видим с невъоръжено око Меркурий в Санкт-Петербург на 22 юни, ако в този момент той е в горно съединение? в долно съединение? в най-голяма източна елонгация? в най-голяма западна елонгация?
- 3.4.** Както е известно, в далечния инфрачервен диапазон в спектъра, планетите от Слънчевата система и техните спътници могат сами да излъчват енергия. Кога Луната е по-ярка в инфрачервени лъчи – в първа или последна четвърт?

8-9 клас

- 3.5. Да предположим, че в деня на пролетното равноденствие планетата Венера е в точката на максимална източна елонгация, намирайки се при това в близост до еклиптиката. От каква ширина на Земята може да се види Венера на небето, когато на него няма Слънце? атмосферната рефракция да не се отчита.
- 3.6. Изкуствен спътник на Земята има маса 100кг и се върти около нея по кръгова орбита с радиус, равен на средното разстояние Луна-Земя. Спътникът се състои от две еднакви части, съединени с шина. По команда от Земята в шината сработва импулсен двигател, разделящ двете части. Каква енергия е необходима, за да може след такава маневра едната част да отлети от околностите на Земята? двете части на спътника? Каква посока на импулса е по-изгодна енергетично в първия или във втория случай?
- 3.7. В пункт А се наблюдава в зенита метеор, с блясък 0^m . В пункт В този метеор е бил видян на височина 30° над хоризонта. Какъв е блясъкът му в този пункт? Поглъщането на светлината в атмосферата да не се отчита.
- 3.8. Както е известно, една тропична година – това е продължителността между два последователни момента на пролетното равноденствие. Колко тропични години минават между последователни покрития на далечна звезда от Слънцето, намираща се близо до еклиптиката?

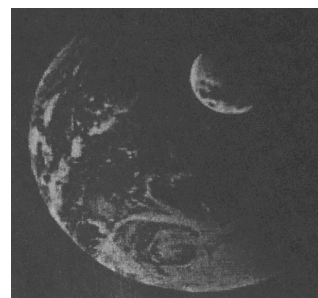
10-11 клас

- 3.9. Звезда А се вижда един час след настъпване на тъмнината на ширината на Москва на 1 февруари, а за звезда В такива условия настъпват на 1 август. Коя от тях ще се вижда по-дълго на ширината на Москва вечер, след тези дати?
- 3.10. Кое се случва по-често и колко пъти: преминаване на Венера пред диска на Слънцето или преминаване на Венера зад диска на Слънцето?
- 3.11. На затъмнително променлива звезда, дълбочините на главния и вторичен минимум са съответно $0,55^m$ и $0,11^m$. Определете, ако това е възможно: отношението на масите, отношението на радиусите, отношението на ефективните температури и отношението на светимостите на двете звезди, влизащи в системата. Потъмнението в края на дисковете на звездите да се пренебрегне.
- 3.12. Около далечна звезда по кръгова орбита се върти двойна планета, състояща се от две еднакви тела със средна плътност, равна на средната плътност на звездата. Планетите се въртят около общ център на масите по кръгови орбити така, че сянката на едната от тях винаги пада по нормалата на другата планета. Определете фазата на сенчестото затъмнение на втората планета, считайки, че размерите и масите на двете планети са несравнимо по-малки от масата и размера на звездата.

II тур

7 клас

- 3.13. Избройте всички небесни обекти, които може едновременно да видим с невъоръжено око от северния и южен полюс на Земята.
- 3.14. Защо безлунните ясни нощи на ширината на Москва са най-тъмни през април – началото на май?
- 3.15. В един момент Венера се оказва в максимална източна елонгация както за земляните, така и за наблюдатели от Марс. На какво ъглово разстояние от Слънцето се е виждал Марс от Земята в този момент? Орбитите на трите планети считаме кръгови.
- 3.16. Една двойна звезда се състои от две звезди от 2^m , а друга – от една звезда от 1^m и една от 3^m . Коя от тези двойки е по-ярка?
- 3.17. На един от информационните интернет-сайтове съобщение за предстоящо астрономическо явление е илюстрирано с дадената фотография (виж рисунката). От къде е направена фотографията и каква фаза е била в този момент Луната за наблюдатели от Земята?



8-9 клас

- 3.18. Допирателно покриване на Марс от Луната се наблюдава в зенита на разсъмване. Намерете каква е ширината на ивицата на видимост на частичното покритие на Марс от Луната.
- 3.19. Кое е по-лесно енергетично – изстрелване на междупланетен апарат към Венера или към Марс? Орбитите на Венера, Земя и Марс считайте кръгови.
- 3.20. По време на слънчево затъмнение от даден пункт на Земята на самия хоризонт се вижда диска на Слънцето с малко нащърбване точно отдолу. Възможно ли е за този пункт и пълно слънчево затъмнение?
- 3.21. На далечна обитаема планета в нашата Галактика астрономите-наблюдатели нямат спектрални прибори, но има фотометър, регистриращ изменение на яркостта на светилото, количествено равни на яркостта на една звезда от 20^m . На какво разстояние от Слънцето с помощта на такъв прибор може да се установи съществуването на планетна система на Слънцето?
- 3.22. В дадена точка на Земята се водят наблюдения на ИСЗ, движещ се по кръгова орбита. В точката на наблюдение спътникът описва тясна „осмица“, преминавайки редовно през зенита, след това се спуска почти вертикално надолу, допирайки хоризонта и отново се издига нагоре към зенита. На каква ширина се провеждат наблюденията?

10-11 клас

- 3.23. В светла юнска нощ на ширина 60° с.ш. бърз влак се движи със скорост 120 км/ч на север. В какво местно време неговите пътници ще зафиксируют „действителната слънчева полунощ“ - най-тъмния момент на нощта? Уравнението на времето се пренебрегва.

- 3.24.** На 1 май настъпва противостоене на Марс. В дадена точка на Земята в момента на противостоене Слънцето и Марс едновременно изгряват на хоризонта. Намерете ширината на дадената точка и определете, в кои части на хоризонта са се разполагали Слънцето и Марс. Наклонът на плоскостта на орбитата на Марс към еклиптиката и рефракцията да не се отчитат.
- 3.25.** Какъв трябва да е радиусът на кръговата лунна орбита, за да изчезват понякога приливите и отливите? Каква би била периодичността на такива "изчезвания"?
- 3.26.** Ярка мъглявина с размери 1^0 е остатък от избухнала Свръхнова, преди 10 хил.години. През мъглявината се виждат добре по-далечните обекти, а в нейния спектър се вижда широка ярка линия на водорода H_α , заемаща област от 6541 до 6585 ангстрьома. Мъглявината се осветява от намиращата се недалеч много гореща звезда от спектрален клас O, имаща блясък от 3^m . Оценете радиуса на тази звезда.
- 3.27.** "На 24 декември на Луната е поставен мощен радиопредавател, точно в центъра на видимото ѝ полукълбо, в същия ден когато на екватора на Земята се е наблюдавало пълно слънчево затъмнение. На следващия ден първите сигнали били приети от много точки на Русия, в това число и зад Полярния кръг. А след седмица лунната станция отправила към земляните поздрав за Нова година". В коя част на диска на Луната може да се инсталира тясна насочена антена, за да получим новогодишните поздравии?

ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

Видими движения на небесните тела

- 4.1.** Звезда изгряла в 00ч.01мин. по местно време. Колко пъти ще пресече хоризонта в даденото място за това денонощие?
- 4.2.** Колко ще продължи на Северния полюс изгревът на Слънцето? Изгревът на Луната?
- 4.3.** Както е известно, най-кратък е гражданският полумрак в началото на март, преди пролетното равноденствие, и в началото на октомври, след есенното равноденствие. Защо?
- 4.4.** През втората половина на март планетата Меркурий се намира точно на еклиптиката, на 10^0 на изток от Слънцето. На каква ширина е по-лесно да го намерим с невъоръжено око или с бинокъл?
- 4.5.** Наблюдател фиксира вида на небето редовно в едно и също звездно време и постоянно вижда Слънцето на хоризонта. Къде се намира наблюдателят и колко е звездното време на наблюденията?
- 4.6.** Влак се движи със скорост 60км/ч на изток по паралел 60^0 с.ш. Каква продължителност на светлото време на денонощието ще зафиксира пътник в този влак на 21 март? Рефракцията се пренебрегва.
- 4.7.** Планета се върти по кръгова орбита около звезда с постоянна светимост. В точка от планетата се наблюдава парадоксална ситуация - в студения сезон продължителността на светлото време от денонощието е по-голяма, отколкото през топлия! Може ли да е така и ако да, то в коя точка на планетата и при какви условия?

Атмосфера на Земята и планетите

- 4.8. На северния полюс на Земята се провеждат наблюдения на Слънцето в моментите на пролетно и есенно равноденствие. Кога Слънцето ще се вижда по-високо над хоризонта? Атмосферното налягане да се приеме еднакво в двата случая.
- 4.9. В какви случаи звездите мъждукат, а в кои – не и защо: звездите при наблюдение с невъоръжено око, планетите при наблюдение с невъоръжено око, звездите при наблюдение с голям телескоп, планетите при наблюдение с голям телескоп.
- 4.10. Определете на каква дълбочина се спуска под хоризонта Слънцето, когато се виждат сребристи облаци над Слънцето на височина 10^0 над хоризонта. В кои дати тези облаци могат да се наблюдават през цялата нощ на ширината на Москва? Приемете височината на облаците 83км, а рефракцията да се пренебрегне.
- 4.11. Пресметнете височината на сухата адиабатна атмосфера за Венера, Земята и Марс.
- 4.12. Как мислите - ако на Венера условията станат подходящи за живеене, как би се отразило това на блясъка ѝ на земното небе? А как би се изменил блясъкът на Марс, ако той стане обитаем?

Движение на Луната, покрития и затъмнения

- 4.13. Оценете максималната продължителност на покритие на звезда от Луната.
- 4.14. Намерете минималната деклинация на звезда, покритието на която от Луната може да се наблюдава от земната повърхност. На каква ширина и на каква височина над хоризонта ще се наблюдава това покритие?
- 4.15. През цялото време на пълно слънчево затъмнение около екватора на Слънцето се е виждал ярък протуберанс. Оценете неговия минимален размер, ако ширината на ивицата на пълната фаза е била 150км, и то се е наблюдавало близо до зенита.
- 4.16. Определете минималния радиус на сфера около центъра на Земята, в която на всяко пълнолуние ще се наблюдава пълно слънчево затъмнение.
- 4.17. Оценете, на каква ширина на Земята може да се наблюдава пълно слънчево затъмнение с възможно най-голяма продължителност.
- 4.18. На 1 юли 2011г. в акваторията между Южна Африка и Антарктида ще има частично слънчево затъмнение с неголяма фаза, което открива новата последователност от слънчеви затъмнения (в предидущия сарос, на 20 юли 1993г. Затъмнение нямаше). В кой от възлите на лунната орбита ще се случи това затъмнение? Оценете, до кой век ще продължава дадената последователност. Пренебрегнете ексцентриситета на лунната орбита.
- 4.19. По съществуващата теория на движение на Луната, след известно време Земята и Луната ще се въртят около своите оси с еднакъв период и ще са обърнати една към друга с една страна (както Плутон и Харон в днешно време). Какви ще бъдат разстоянието между Земята и Луната и периодът на въртене на Луната около Земята в това време? При решение на задачата Земята и Луната считайте еднородни сфери, моментът на импулс на въртене на

които е $0,4.MR^2\omega$, където M , R и ω – са масата, радиуса и ъгловата скорост на въртене сферата около своята ос.

Движение на изкуствените спътници и космическите апарати

- 4.20. За свързочни нужди се налага изстрелване на изкуствен спътник на Земята, който да се намира близо до зенита за Москва максимално дълго време. Каква трябва да е орбитата на такъв спътник?
- 4.21. Изчислете „трета космическа скорост“ - минималната скорост за старт на космически кораб от Земята, за да може без други загуби на енергия да напусне завинаги слънчевата система.
- 4.22. Днес на Земята е изстрелян космически апарат към Марс по орбита допираща се до орбитите на Земята и Марс. В каква конфигурация се намира днес Марс? Орбитите на Земята и Марс считайте за кръгови.
- 4.23. Междупланетен апарат извършва пасивна (без включване на двигателите) гравитационна маневра близо до Юпитер. Прелитайки към Юпитер от към утринната (източна) страна, апаратът се завърта на 90° и отлита от Юпитер с относителна скорост, насочена точно против Слънцето. В резултат на тази маневра, апаратът движейки се по парабола след известно време напуска Слънчевата система. Как се е движел апаратът спрямо Слънцето преди гравитационната маневра? Как мислите, може ли да се извърши такава маневра в близост до Земята?

Конфигурации и видимост на планетите

- 4.25. На каква максимална височина над хоризонта може да намерим Меркурий с невъоръжено око? през кой сезон и на каква географска ширина е възможно това? Да се счита, че Меркурий става видим на смрачаване при потъване на Слънцето под хоризонта на 6° .
- 4.26. Оценете възможната максимална продължителност на частична фаза на преминаване на Венера по диска на Слънцето, наблюдавано от Земята. Орбитата на Земята и Венера приемете за кръгови.
- 4.27. Какъв трябва да е ексцентриситетът на орбитата на Марс, така че по време на неговите велики противостояния планетата да не описва примка сред звездите на земното небе? Какъв би бил блясъкът на Марс по време на такива противостояния? Какво по яркост светило би бил Марс тогава на земното небе? Голямата полусо на орбитата на Марс е 1,524а.е., а на Земята приемете орбитата за кръгова.

Спътници на планетите в Слънчевата система

- 4.28. Сравнете (количествено) влиянието на слънчевите смущения при движението на Луната около Земята и върху Йо около Юпитер.
- 4.29. Известно е, че Йо, Европа и Ганимед при всеки свой оборот около Юпитер попадат в неговата сянка и само Калисто може да мине встрани от сянката на Юпитер. Имайки пред вид това, оценете ъгъла на наклона на плоскостта на орбитите на спътниците и плоскостта на Юпитер около Слънцето (считайте този ъгъл еднакъв за четирите спътника)

- 4.30.** Оценете осветеността на повърхността на спътника на Сатурн Титан, обърната към Сатурн, в зависимост от конфигурацията Слънце, Сатурн, Титан. Какви основни периоди на денонощията на Титан можете да отделите, каква е тяхната продължителност?

Малки тела в Слънчевата система

- 4.31.** Двойна система се състои от два еднакви астероида с радиуси 500км и средна плътност 2г/см^3 . Какво максимално разстояние може да разделя тези астероиди един от друг? Ще се виждат ли разделени с големи земни телескопи? Орбитите на астероидите в двойната система приемете за кръгови, орбитата на системата около Слънцето – също, и радиус 2,5а.е.
- 4.32.** Оценете грешката при определяне координатите на Церера близо до квадратура, получена от наличието на фазовия ефект, свързан с това, че Слънцето не осветява целия диск на Церера. Диаметърът на Церера е 1000км, а радиусът на орбитата – 2,77а.е.
- 4.33.** Как мислите – защо сред много ярките комети, рядко се срещат късопериодични, много по-често се оказват ярки тези комети, които след това се отдалечават от Слънцето на много хиляди години или въобще завинаги?

Физика на звездите

- 4.34.** Оценете масата на водорода, който ще изгори в недрата на Слънцето за цялото време на неговата еволюция. Сравнете я с масата на планетите от Слънчевата система. При изчисленията приемете, че един атом хелий ^4He е с 0,7% по-лек от четири протона, а времето на живот на Слънцето на главната последователност е 15млрд.г.
- 4.35.** Да предположим, че в един момент повърхността на Слънцето е изстинала от 6000К до 5000К. Оценете, как ще се измени видът на спектралните линии от балмеровата серия на водорода.
- 4.36.** Интегралната светимост на звезда А е 4 пъти по-голяма от звездата В, но в далечната инфрачервена област на спектъра звездата В е два пъти по-ярка от звездата А. Намерете отношението на радиусите и температурата на двете звезди. Излъчването на телата приемете като на черно тяло.
- 4.37.** Ако ние можем да увеличим температурата на звезда до безкрайност, но при това тя да си остава абсолютно черно тяло, как би се изменил показателят на цвета В-V?
- 4.38.** Две звезди – бяло джудже и бял свръх гигант имат еднакъв химичен състав и еднаква повърхностна температура. В коя звезда степента на йонизация на веществото на повърхността е по-голяма?
- 4.39.** Около далечна звезда от главната последователност е открита планета, обикаляща около нея по кръгова орбита. Спектрометричните наблюдения показват, че нейната орбитална скорост е 30км/сек, а периодът на въртене – 10г. По интерферометрични данни ъгловото разстояние на планетата от звездата е $0,064''$. Вижда ли се тази звезда на нашето небе с невъоръжено око? Междוזвездното поглъщане се пренебрегва.
- 4.40.** Известно е, че „първото светване“ на протозвездата става в момент, когато гравитационната енергия става равна на енергията, необходима за превръщане на цялата

маса на протозвездата в плазма. Намерете абсолютната звездна величина на протозвезда с масата на Слънцето в този момент, като е известно, че ефективната температура е два пъти по-малка от температурата на Слънцето. Енергията, необходима за превръщане на един грам вещество протозвезда е $2,5 \cdot 10^9$ Дж/кг.

Двойни променливи звезди

- 4.41.** Двойна система се състои от еднакви компоненти, въртящи се около общ център на масите по кръгови орбити. Плоскостта на орбитите е перпендикулярна на лъча на виждане, и класическият ефект на Доплер не се наблюдава в спектъра. Каква трябва да е системата (маса, радиус на звездите, разстояние между тях), за да може да регистриране напречен ефект на Доплер?
- 4.42.** Наблюдавайки система от две бели джуджета, ние веднъж на 51,14 денонощия наблюдаваме спад на блясъка в резултат на взаимните затъмнения. По време на всяко затъмнение блясъкът на звездата се намалява в продължение на 320сек, а след това 160сек се запазва на едно ниво, и след това за 320сек отново нараства до нормалната си стойност. По спектрални данни е установено, че лъчевата скорост на по-ярката компонента се изменя с амплитуда 38,57км/сек. Приемайки повърхностната температура на двете звезди за еднаква, изроденият газ на двете джуджета – за нерелативистки, пренебрегвайки въртенето на звездите около своите оси, намерете масите и радиусите на звездите. Считайте, че Земята се намира в плоскостта на орбитите.
- 4.43.** Определете максималното разстояние до галактика, в която може да се наблюдават променливи звезди от типа RR от Лира.
- 4.44.** На наше разположение имаме данни от измерване кривата на блясъка, кривата на лъчевата скорост на променлива звезда – цефеида, а също така спектъра ѝ в различните фази на периода. Може ли да определим радиуса на цефеидата? Как е най-добре това да се направи?

Звездни купове и мъглявини

- 4.45.** Измервайки собствените движения на звездите в разсеян звезден куп, астрономите установили, че всички са насочени към една точка на небето, отстояща на 20° от самия куп. Величината на собственото движение възлиза на $0,1''$ за година. Наблюдателите са измерили и лъчевата скорост на звездите равна на 20км/сек, но пропуснали да отбележат дали се отдалечава или приближава. Възстановете тази информация, а също така намерете разстоянието до купа.
- 4.46.** Представете си, че Слънцето движейки се около центъра на галактиката, среща сферичен звезден куп и прелита направо през неговия център. Ще може ли да съхрани Слънцето своята планетна система, такава каквато е била преди сближаването с него? Купът има радиус $30r_s$ и се състои от милион звезди, разпределени равномерно в него.
- 4.47.** В планетарните мъглявини се наблюдават много ярки „небулярни” линии на азот и кислород. Условие за възникването им се явява факта, че за времето за което са във възбудено състояние атомът не трябва да се сблъска с нито един електрон от обкръжаващата среда. Оценете средната концентрация на електроните в планетарната

мъглявина, ако е известно че по относителната интензивност на тези линии, температурата им се определя на 10000K, а времето на живот на възбудения атом е 50сек. Ефективното сечение на взаимодействие на атома с електрона е 10^{-20}м^2 .

Галактики, закон на Хъбл

- 4.48.** Далечна спирална галактика има на нашето небе размер, равен на ъгловия диаметър на Луната. В нейния диск се наблюдава цефеида с период 10дни, със среден блясък $21,8^m$. Измерванията на лъчевата скорост показват, че орбиталната скорост в диска нараства пропорционално на квадратен корен от разстоянието до центъра. Намерете масата на галактиката, като знаем дебелината ѝ 1 крс, а плътността ѝ в центъра – 1 слънчева маса на кубичен парсек.
- 4.49.** В самия край на голяма спирална галактика, отдалечена от нас на 2Мрс и видима от Земята „ребром” като тънка нишка с размер $1''$, е получен радиосигнал, напомнящ съобщение от далечна цивилизация. С помощта на телескоп, с фокусно разстояние 2 метра и дифракционна решетка с разделителна способност $5 \frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$ на процепа, насочен по оста на галактиката, е получен спектърът на галактиката. Линиите в жълто-зелената част на спектъра ($5500 \text{\AA}$) се оказват наклонени под ъгъл $5''$ спрямо нормалното положение. В коя част на галактиката трябва да изпратим сигнал-отговор на далечната цивилизация? Орбитите на звездите около центъра на галактиката да се смятат за кръгови.
- 4.50.** На небето на обитаема планета, намираща се в далечна галактика, нашата Галактика е трудно различима с училищен телескоп. Намерете червеното отместване на далечната галактика. Константата на Хъбл е $65\text{км}/(\text{сек}.\text{Мрс})$.
- 4.51.** Куп от галактики се състои от 10000 еднакви галактики с блясък 18^m всяка. Целият куп на земното небе има ъглов диаметър $5''$. Спектралните измервания показват, че червеното отместване на купа е 0,1, а разликата в лъчевите скорости на купа достига $\pm 500\text{км}/\text{сек}$. Приемете, че всички галактики се състоят от звезди, подобни на Слънцето, и определете каква част от масата на купа е „тъмната материя”.
- 4.52.** Определете галактичния паралакс на квазар с червено отместване $z=1$.

Част 5

Открита задочна астрономическа олимпиада (2005 г.)

- 5.1.** Изкуствен спътник на Земята се върти около нашата планета по кръгова орбита, лежаща в плоскостта на еклиптиката. При наблюдение от Краснодар този спътник и точката на пролетното равноденствие винаги се издигат на хоризонта едновременно. В определено моменти спътникът се оказва на небето точно над точката юг. На каква височина над хоризонта е той в този момент? Какъв е радиусът на орбитата му? Рефракция и денонощен паралакс да не се отчитат.
- 5.2.** Изкуствен спътник на Земята се върти около нашата планета по елиптична орбита, лежаща в плоскостта на еклиптиката. В перигея си е на същото разстояние от Земята, на което е и

Луната. Оценете възможният максимален ексцентриситет на орбитата на спътника. Гравитационното влияние на Луната да не се отчита.

- 5.3. Далечна звезда се намира на небето в точката на лятното слънцестоене. По време на преминаване на възходящия възел на лунната орбита покрай звездата, на Земята при всяко завъртане на Луната ще се наблюдава покритие на дадената звезда. Колко покрития съдържа серията? На каква ширина и в коя част на небето ще се виждат първото и последното покритие на звездата от Луната в една серия? Орбитата на Луната да се приеме за кръгова.
- 5.4. Ивицата на видимост на пълно слънчево затъмнение преминава последователно през градовете: Осло (Норвегия), Варшава (Полша), Констанца (Румъния), Анкара (Турция), Багдад (Ирак), Керман (Иран) и Исламабад (Пакистан). През кой от астрономическите сезони на годината е станало това затъмнение?
- 5.5. Астрономическите азимути на изгрева и залеза на планета за Санкт-Петербург са съответно $-90,0^{\circ}$ и $+90,4^{\circ}$. Залезът на диска на планетата на хоризонта продължава 3,2 сек. Коя е тази планета и можем ли да кажем през кой сезон е наблюдавана?
- 5.6. Намирайки се в точката на максимална източна елонгация, Меркурий е в съединение с Венера, отстъпвайки ѝ по видим диаметър над 5 пъти. На коя от планетите близкото долно съединение със Слънцето ще настъпи по-рано? С колко по-рано? Орбитите на Меркурий, Венера и Земята приемете за кръгови.
- 5.7. Два метеори роя се движат около Слънцето по една и съща орбита, но в противоположни посоки. В един момент от времето двата роя се срещат един с друг и със Земята. При това на Земята се виждат два метеорни потока с радианти с координати съответно: $\alpha=6^{\text{ч.}}$, $\delta=-66,6^{\circ}$ и $\alpha=18^{\text{ч.}}$, $\delta=0^{\circ}$. Намерете ексцентриситетът на метеорните потоци? Орбитата на Земята смятайте за кръгова.
- 5.8. С помощта на гигантски космически телескоп със свръх висока ъглова разделителна способност, астрономите на бъдещето разгледаха диска на звездата Бетелгейзе (α Орион). На кой обект повърхностната яркост (на единица ъглова площ) е по-голяма – на Бетелгейзе или на Венера? Колко пъти?
- 5.9. Сферичен звезден куп има на нашето небе блясък $4,5^{\text{m}}$ и видим диаметър $25'$. Разстоянието до купа е 3кpc. Приемете, че купът се състои от звезди, сходни със Слънцето и са равномерно разпределени в целия обем на сферата. Оценете осветеността на нощната страна на обитаема планета, обикаляща около една от централните звезди на купа. Сравнете осветеността ѝ с тази на Земята в лунна нощ. Поглъщането на светлината в междузвездната среда и в атмосферата на планетата да се пренебрегне.
- 5.10. Галактика има радиус 15кpc и значително по-малка дебелина. Масата на галактиката е равна на 10^{11} слънчеви маси и е разпределена равномерно по целия обем на галактиката. Две звезди се въртят около центъра ѝ в една посока по кръгови орбити с радиуси 5 и 10 кpc. Намерете синодичния период на първата звезда при наблюдение от околностите на втората звезда.

Част 6.

Астрономически тест

Във всеки от въпросите трябва да подредите четирите обекта А, В, С и D по реда на нарастване на параметъра, указан в условието.

6.1. Слоевете в атмосферата на Земята – височина:

А – йоносфера, В – тропосфера, С – слой сребристи облаци, D – озонов слой

6.2. Месеци – продължителност на граждански полумрак на ширината на Москва:

А – юни, В – август, С – октомври, D – декември

6.3. Звезди – времето от изгрев до залез на ширина $+45^{\circ}$:

А – Вега, В – Капела, С – Ригел, D – Сириус

6.4. Звезди – времето от изгрев до залез на ширина 0° :

А – Алдебаран, В – Алтаир, С – Канопус, D – Фомалхаут.

6.5. Звезди – размер на областта на видимост от Земята:

А – Арктур, В – Акрукс, С – Полукс, D – Процион.

6.6. Съзвездия – сезон на най-добра видимост в хронология от началото до края на годината:

А – Херкулес, В – Хидра, С – Малко куче, D – Кит

6.7. Метеорни потоци – период на активност в хронология от началото до края на годината:

А – Джеминиди, В – Квадрантиди, С – Ориониди, D – Персеиди.

6.8. Период на въртене на Луната – продължителност:

А – синодичен, В – сидеричен, С – аномалистичен, D – драконичен.

6.9. Либрации на Луната – максимална величина:

А – по ширина, В – по дължина, С – физична, D – паралактична.

6.10. Явление – максимална продължителност:

А – слънчево затъмнение, В – сенчесто лунно затъмнение, С – покриване на дадена звезда на еклиптиката от Луната, D – пасаж на Меркурий по диска на Слънцето.

6.11. Явление – честота на настъпване на Земята:

А – слънчево затъмнение, В – сенчесто лунно затъмнение, С – покриване на дадена звезда на еклиптиката от Луната, D – пасаж на Меркурий по диска на Слънцето.

6.12. Планети – яркост: А – Венера (най-голяма елонгация), В – Марс (велико противостоене), С – Марс (средно противостоене), D – Юпитер (средно противостоене).

6.13. Планети – синодичен период:

A – Меркурий, B – Венера, C – Марс, D – Юпитер.

6.14. Планети – максимална височина над хоризонта през нощта на ширината на Москва:

A – Меркурий, B – Венера, C – Марс, D – Юпитер.

6.15. Планети – средна плътност:

A – Земя, B – Марс, C – Юпитер, D – Сатурн.

6.16. Спътници на планетите – размери:

A – Луна, B – Ганимед, C – Калисто, D – Титан.

6.17. Тела в Слънчевата система – период на въртене около Слънцето:

A – Халеева комета, B – комета Хейл-Боп, C – комета на Енке, D – Нептун

6.18. Звезди – кратност:

A – α Близнаци, B – α Кентавът, C – θ Орион, D – Слънце.

6.19. Звезди – маса:

A – Слънце, B – Алцион, C – бяло джудже (максимум), D – червено джудже.

6.20. Звезди – възраст:

A – Слънце, B – Алцон, C – Спика, D – звезда от купа M 13.

6.21. Звезди – ефективна температура:

A – Алдебаран, B – Вега, C – Капела, D – Ригел.

6.22. Галактики – маса:

A – галактиката Млечен път, B – мъглявината Андромеда, C – мъглявината в Триъгълник, D – Голям Магеланов облак.

6.23. Галактики – относително съдържание на газ:

A – лещовидни, B – неправилни, C – спирални, D – елиптични.

6.24. Обекти във Вселената – светимост:

A – галактика Млечен път, B – квазар, C – сферичен куп, D – свръхнова.

6.25. Методи за определяне на разстояния във Вселената – максимално измервано разстояние:

A – цефеиди, B – паралакс, C – червено отместване, D – свръхнови I тип.

Част 7.

Задачи от първите Московски астрономически олимпиади

1 олимпиада (1947г.), I тур

- 7.1. Как се обясняват белите нощи?
- 7.2. Орбитите на две комети лежат в плоскостта на еклиптиката. Кометите имат перихелийно разстояние 0,5а.е. и 2,5а.е. Дължините на опашките им надвишават 100млн. км. Може ли Земята да премине през опашките на тези комети?
- 7.3. През кое време и на каква височина кулминира Марс, намирайки се в противостоене на 22 декември в Москва? В кое съзвездие ще се намира?

1 олимпиада (1947г.), II тур

- 7.4. Пътешественик забелязал, че по време на затъмнение, нащърбването на диска на Слънцето започва точно отдолу. Къде и кога може да се случи това?
- 7.5. Какъв вид има спектъра на бързо въртяща се планета, ако процепът на спектрографа е в посока на нейния екватор?
- 7.6. Колко пъти ще се измени радиусът на цефеида, ако амплитудата на изменение на блясъка ѝ е $1,5^m$, а яркостта ѝ на единица повърхност се запазва?

2 олимпиада (1948г.), I тур

- 7.7. В кое време и на каква височина кулминира Юпитер в момент на негово противостоене в Москва на 22 юни? В кое съзвездие се вижда?
- 7.8. В романа на Жул Верн „Хектор Сервадак“ се описва „кометата на Халей“ като комета с период на въртене 2год. и афелийно разстояние от Слънцето 820млн.км. Може ли да има такава комета?
- 7.9. Намерете отношението на радиусите в затъмнителното-променливата система от типа Алгол, ако затъмнението е централно, спътникът е тъмен, а отношението на блясъка максимум-минимум е п.

2 олимпиада (1948г.), II тур

- 7.10. Наблюдателят видял, че по време на слънчево затъмнение нащърбването е започнало отгоре. Къде и кога е могло да бъде това?
- 7.11. Определете съотношението между разстоянията на планетите до Слънцето и линейните скорости при орбиталното им движение, считайки орбитите на планетите кръгови.
- 7.12. Разстоянието до Сириус (2,7рс) намалява с 8 км ежесекундно. След колко години блясъкът на Сириус ще нарасне два пъти?

3 олимпиада (1949г.), I тур

- 7.13. Опишете съзвездията Орион и Стрелец с най-забележителните обекти в тях.

- 7.14. Как (по принцип) А.А.Белополски с помощта на спектроскопа е установил метеоритния строеж на пръстена на Сатурн?
- 7.15. Какви видими пътища на небесната сфера описват при паралактичното отместване звездите: α Лъв, δ Орион, γ Дракон и Полярната?
- 7.16. Ако през една година на 2 януари има слънчево затъмнение, то кога (приблизително) през тази година могат да бъдат други затъмнения на слънцето и Луната?
- 7.17. Разяснете смисъла на народната мъдрост: „Месецът през зимата ходи така, както Слънцето през лятото”.

3 олимпиада (1949г.), II тур

- 7.18. Вярно ли е, че на 21 март март и 23 септември денят на навсякъде по Земята е равен на нощта?
- 7.19. Определете диаметърът на звездата α от Кит в км при видим ъглов диаметър $0,065''$ и паралакс $0,024''$.
- 7.20. Синодичния период на външна планета е 417 денонощия. Какво е средното ѝ разстояние до Слънцето?

4 олимпиада (1950г.), I тур

- 7.21. На 22 декември по време на пълно лунно затъмнение има и покриване на Юпитер от Луната. В кое съзвездие се е наблюдавало това и в какво положение спрямо Слънцето и Земята е бил Юпитер?
- 7.22. Къде е полярният ден е по-дълъг – на северния или на южния полюс?
- 7.23. Намерете ширината (в километри) на метеорен поток, чиито метеори се наблюдават от 16 юли до 24 август. Предполага се, че Движението на Земята е перпендикулярно на оста на потока.
- 7.24. Нарисувайте разположението на главните звезди и посочете най-важните обекти на едно от следните съзвездия: Лира, Бик, Персей.
- 7.25. Кое съзвездие се среща два пъти на картата на звездното небе? Вижда ли се вечер през март?

4 олимпиада (1950г.), II тур

- 7.26. Колко време е изминало от съединение до противостоене на планетата, ако блясъкът ѝ за това се е изменил с една звездна величина?
- 7.27. Има ли на Луната места, където Земята изгрява и залязва?
- 7.28. В максимум затъмнително-променлива звезда има блясък 6^m , а в минимум – 8^m . Считайки затъмнението е централно и спътникът е тъмен, намерете отношението на обемите на компонентите на тази двойка.

7.29.1)Посочете ориентировъчно местонахождението на съзвездията Щит, малка лисица,стрела, Малък кон, Заяк, Гарван, Рис.

2) Кой от съзвездията на звездното небе носят наименования на физически прибори?

3) Посочете цвета и температурата на звездите; Алдебаран, Бетелгейзе, Вега, Денеб, Процион, Арктур, Капела и подредете по намаляване на блясъка им.

7.30. В кое не зодиакално съзвездие и кога се намира Слънцето?

5 олимпиада (1951г.), I тур

7.31. Какви начини за ориентиране по звездите, освен по Полярната, познавате?

7.32. Какви съзвездия познавате, които не залязват на ширината на Москва? Как се виждат те днес вечерта (I тур на олимпиадата се провежда през април)?

7.33. Паралаксът на Слънцето е $8,8''$, а паралаксът на звездата е $0,44''$. Колко пъти тази звезда е по-далеч от Слънцето?

7.34. Какви работи на М.В.Ломоносов в областта на астрономията вие познавате?

7.35. Защо в средните ширини сърпът на „младата” Луна през пролетта се намира високо над хоризонта и неговите рога са насочени нагоре, а през есента така става със „старата” Луна?

5 олимпиада (1951г.), II тур

7.36. Каква най-голяма височина, кога през годината, в колко часа и в кое съзвездие може да достигне пълната Луна на ширината на Москва?

7.37. Какви са ъгловият диаметър и звездната величина на Слънцето от Плутон и колко пъти осветеността на тази планета от Слънцето се отличава от осветеността на Земята от пълната Луна?

7.38. Опишете денонощното движение и движението спрямо звездите на Амалтея, спътника на Юпитер, за наблюдател на екватора на планетата, считайки, че движението на спътника става в плоскостта на екватора и орбитата на планетата, съвпадаща с плоскостта на екватора.

6 олимпиада (1952г.), I тур

7.39. Какво знаете за съзвездията Андромеда, Пегас и Касиопея?

7.40. На 21 март по пладне дължината на сянката на вертикално стоящ стълб е равна на височината му. на коя ширина е това?

7.41. Посочете (накратко) работите на акад.В.Я.Струве, които го характеризират като изтъкнат астроном на XIX век.

6 олимпиада (1952г.), II тур

7.42. По спектъра на звезда, намираща се в близост до точката на лятното слънцестоене, около 20 март е била определена лъчевата ѝ скорост, равна на 70 км/сек. След половин година,

измерванията дали друг резултат – 130км/сек. Определете въз основа на това, както е било направено за пръв път от акад. А.А.Белополски, разстоянието от Земята до Слънцето.

- 7.43. Пълно слънчево затъмнение се наблюдава през втората половина на юни около местно пладне. Нарисувайте наблюдаваната картина на видимите при това затъмнение планети и най-ярките звезди, отчитайки, че Венера е в най-голяма западна елонгация, Меркурий е в долно съединение, а Марс – в противостоене.
- 7.44. На 20 март в 18ч. по московско декретно време става покритие на Плеядите от Луната. Разкажете, как би се наблюдавало това явление от Москва, Свердловск, от Комсомольское на Амур.

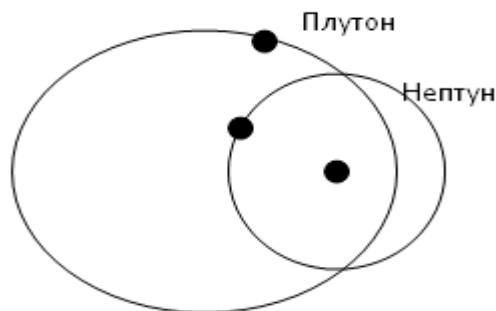
РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

Част 1.

57-ма Московска астрономическа олимпиада (2003г.)

7 клас

- 1.1. Пинкертон, по принцип е прав. На цялото звездно небе има около 6 хиляди звезди, видими с невъоръжено око. От тях половината всеки момент се намират над хоризонта. Но слабите звезди няма да се виждат когато са ниско над хоризонта, особено когато прозрачността на атмосферата не е много добра. В заключение – на небето могат да се видят 1-2 хиляди звезди.
- 1.2. Равенството на масите и на размерите на Луната и на Титан означава например равенство на втора космическа скорост, необходима за преодоляване силата на тежестта на телата и излизане в космическото пространство. Ще имат ли молекулите на газа на повърхността на Луната и на Титан такава скорост, зависи от температурните условия. Луната, намираща се много по-близо до Слънцето, е нагрята повече и молекулите я напускат, без да образуват атмосфера. На хладния Титан фазовата обвивка е устойчива и достатъчно плътна.
- 1.3. На илюстрацията, орбитите на Нептун и Плутон са показани в проекция на плоскост. В пространството орбитите на двете тела се намират в различни плоскости и не се пресичат. Дори ако Нептун и Плутон се окажат в една точка на рисунката – фактически едната планета се намира над другата.



- 1.4. Благоприятните условия за изстрелване на космически апарат настъпват при определена конфигурация на Венера, тоест при фиксирано взаимно разположение на Слънцето, Венера и Земята. Подобни конфигурации се повтарят с интервал равен на синодическия период на планетата, което за Венера е 584 дни.

8-9 клас

- 1.5.** Означаваме периода на обикаляне на Земята и планетите А и В около Слънцето с T , T_A , T_B . Записвайки израза за синодическия период на двете планети, получаваме равенството:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_B}.$$

Събирайки втората и третата част от равенството, получаваме:

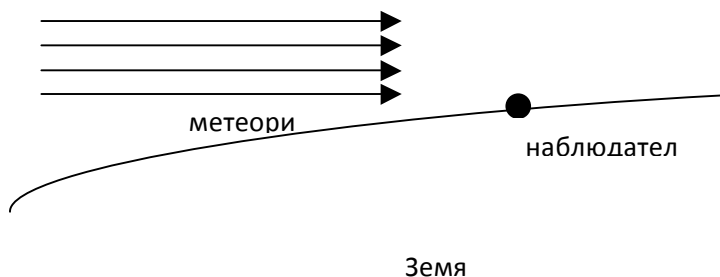
$$\frac{2}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B},$$

от което следва, че синодическият период на планетата А при наблюдение от планета В е $\frac{S}{2}$.

- 1.6.** От координатите на радианта на метеорния поток се вижда, че той се намира близо до северния полюс на еклиптиката. Следователно, скоростта на метеорите спрямо Земята е била насочена перпендикулярно на движението ѝ. Движейки се със скорост 30 км/сек, Земята е пресякла потока за 12 часа, от което получаваме ширина на потока около 1,3 млн. км. В действителност ширината на потока е малко по-малка, тъй като в пространството метеорите не летят перпендикулярно на еклиптиката, а под някакъв ъгъл, догонвайки при своето движение и Земята.
- 1.7.** В момента на изгрева на звезда А в противоположната област на небето залязва точка с деклинация 8° , която ще изгрее едновременно със заляза на звездата А. Звезда В залязва едновременно с дадената точка, но, имайки по-голяма деклинация, в северното полукълбо ще е по-малко време под хоризонта, и ще изгрее по-рано, тоест преди изгрева на звезда А.
- 1.8.** Времето на океанските приливи се определя от положението на Луната на небето. Движейки се по орбита от страна, противоположна на въртенето на звездното небе, Луната кулминира всеки ден приблизително с 50 мин по-късно, от предния ден, завършвайки пълен цикъл за 29,5 дни – за синодическия месец на Луната. С 50 мин се отменя и времето на приливите.

10-11 клас

- 1.9.** Това може да се случи. Ако метеорът лети хоризонтално спрямо наблюдателя (както е показано на рисунката), приближавайки се към него, той ще види неговият полет отдолу нагоре. За „падащи звезди”, отнасящи се към метеорни потоци, такава ситуация ще настъпи, ако радиантът на метеорния поток се намира близо до хоризонта.



- 1.10.** Големината на приливното ускорение е равна на разликата от ускоренията на силите на тежестта, към примера с Луната, в точката на Земята най-близо до Луната, и в центъра на Земята. Нека означим масата на Луната с m , радиуса на Земята – с R , а разстоянието от Земята до Луната – с d . Записваме за приливното ускорение:

$$a_T = \frac{G \cdot m}{(d - R)^2} - \frac{G \cdot m}{d^2} .$$

Тъй като радиусът на Земята е значително по-малък от разстоянието до Луната, този израз можем да препишем така:

$$a_T = \frac{2G \cdot R}{d^3} .$$

Получава се, че големината на приливното ускорение е пропорционална на масата на тялото, предизвикващо ускорението, и радиуса на тялото, на което се наблюдават приливите. Премествайки се от Земята на Луната, ние дадената формула ще поставим 81,3 повече за масата, но 3,67 пъти по-малък радиус. Величината d няма да се измени. В резултат приливното ускорение от Земята на Луната е приблизително 22 пъти по-силно от приливното действие на Луната върху Земята.

1.11. По време на хай-голяма елонгация Венера се намира на 47^0 от Слънцето на еклиптиката. Да си припомним, че през други две различни точки на сферата, без да са противоположни, можем да прекараме точно един голям кръг на сферата. В случая за Слънцето и Венера този голям кръг е еклиптиката (по време на най-голяма елонгация Венера се отдалечава от еклиптиката на малък ъгъл, несъществен за дадената задача). Ако Слънцето и Венера са на еднаква височина на юг и север, то прекарания през тях голям кръг ще мине през зенита и точките юг и север, тоест еклиптиката съвпада с небесния меридиан и така минава и през северния и Южния небесен полюс, което не може да бъде.

Ако Слънцето се намира на запад, а Венера – на същата височина на изток, то прекараният голям кръг ще премине през зенита и **точките** запад и изток. Еклиптиката може да се **разполага** така на северния тропик в 6 часа по звездно време и на южния тропик в 18 часа по звездно време. Зенитът се намира по средата между Слънцето и Венера, на $23,5^0$ от двете светили. Следователно, тяхната височина е била $66,5^0$. Можем да добавим, че това е била най-голямата източна елонгация на Венера, и се е случило около 30 май, ако наблюденията се провеждат на северния тропик (Слънцето не е достигнало $23,5^0$ до точката на лятното слънцестоене), или около 30 ноември, ако наблюдаваме от южния тропик.

1.12. Разстоянията до двете звезди можем да считаме еднакви, следователно, светимостите им са еднакви. При това едната е два пъти по-гореща, тоест излъчва 16 пъти повече енергия от единица площ. Следователно, по-горещата звезда е 4 пъти по-малка по размери. Извън минимума виждаме двете звезди от 6^m , и техния сумарен блясък е:

$$m_0 = 6 - 2,5 \lg 2 = 5,25 ,$$

Тъй като Земята е в плоскостта на орбитата, то в определен момент по-хладната звезда, имаща по-големи размери, може напълно да покрие горещата звезда. Видимият блясък на нашето небе ще е $m_1 = 6$, и това ще бъде главният минимум. По време на вторичния минимум горещата звезда ще мине пред хладната, но ще покрие само 1/16 от диска ѝ. През това време ще регистрираме цялото излъчване на звездата от 6^m и 15/16 от излъчването на втората звезда със същия блясък. Звездната величина ще бъде:

$$m_2 = 6 - 2,5 \lg (31/16) = 5,28^m .$$

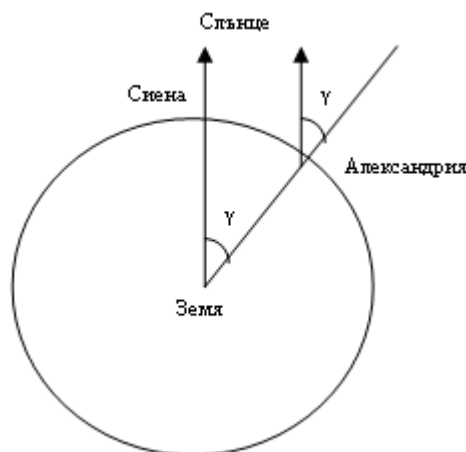
II ТУР

7 клас

- 1.13.** Разстоянието от Слънцето до Земята е около 149,6млн.км, а светлината се разпространява със скорост 300000км/сек, изминавайки това разстояние за 8мин.19сек. Затова всички събития на Слънцето се случват около 8мин по-рано от момента в който ние ги регистрираме. Затова от трите събития първо се е случило събитие В (малко по-рано от 12ч.02мин), след това събитие А (12ч.02мин) и накрая, събитие С (малко преди 12ч.04мин).
- 1.14.** Сириус е една от най-близките до Слънцето звезди, намира се на разстояние около 2,6 рс. Ако се пренесем със Земята в околностите на Сириус, взаимното положение на повечето звезди няма да се измени много, и само най-близките ще се окажат в съвършено други съзвездия. Слънцето ще е в точка на небето, противоположна на положението на Сириус на нашето небе, тоест в източната част на съзвездие Херкулес, близо до съзвездията Орел, стрела и Лисичка. Блясъкът на Слънцето ще е около $1,8^m$ и ще свети малко по-слабо от намиращите се до него звезди, малко деформирайки „летния триъгълник“.
- 1.15.** Точка, намираща се на екватора, както и цялата повърхност на Земята, извършва един пълен оборот около оста на въртене на нашата планета за 24 часа, спрямо Слънцето и за 23ч.56мин – спрямо звездите. За оценка на грешката на измерване дадената разлика е несъществена. Ако 24 часа съответстват на 40000км, то 1мин ще съответства на 27,8км. Именно такава ще бъде разстоянието между две точки на екватора, на които слънчевото пладне ще настъпи в интервал от 1 мин, и именно такава ще бъде грешката при измерването.
- 1.16.** Покриването на Марс от Луната обикновено продължава около един час (максимум – малко по-малко от два часа). Ако залезът на Луната и Марс са около час-два след полунощ, следва, че Марс скоро е минал точката на противостоене със Слънцето и се вижда цялата първа половина от нощта и в самото начало на втората половина. Интервалът от време между две последователни противостоения е повече от две години, затова през започнатата година противостоения на Марс няма да има.
- 1.17.** При противостоене Юпитер е близо до противоположната точка на Слънцето по еклиптиката. Слънцето през февруари с всеки ден се издига все по-високо за ширината на Москва, и ако Юпитер се движеше по еклиптиката в същата страна, както и слънцето, неговата максимална висота с всеки ден, обратно на Слънцето, ще намалява. Но в противостоене Юпитер се движи ретроградно, следователно, всяка следваща вечер на ширината на Москва той ще се издига по-високо хоризонта.

8-9 клас

- 1.18.** На рисунката се вижда, че разстоянието между Сиена и Александрия по повърхността на Земята е: $R \cdot \gamma$, където R – радиус на Земята, а γ – зенитното разстояние на Слънцето в Александрия, когато то се намира в зенита в Сиена, изразено в радиани (разстоянието до Слънцето е много по-голямо от размерите на Земята, и направлението към Слънцето от двата града може да смята за успоредно). Замествайки числените значения, получаваме, че 5000 стадия, разделящи двата града, са равни на 800 км, следователно, един стадий е 160 м.

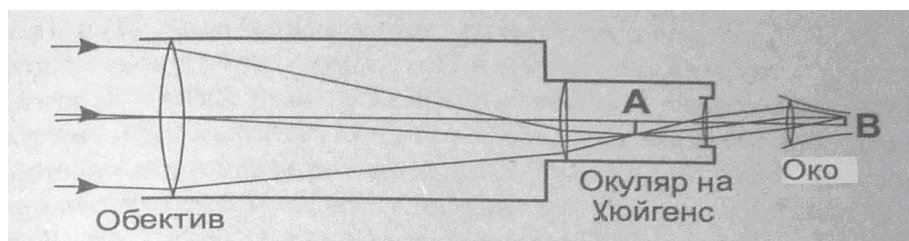
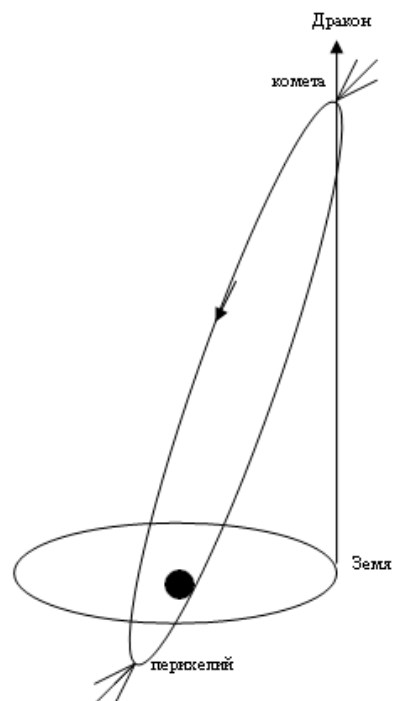


1.19. В съзвездие Дракон се намира северния полюс на еклиптиката. Намирайки се далеч от Слънцето и Земята, комета се разпростира в пространството на север от еклиптиката (виж рисунката). Но Слънцето се намира във фокуса на елипсата – орбитата на кометата, следователно, в периода на преминаване през перихелия, кометата ще се спусне на юг под плоскостта на еклиптиката и юе се вижда по-добре от южното полукълбо на Земята, независимо от положението на самата Земя по орбитата ѝ.

1.20. Схемата за построяване изображението на обекта е показана на рисунката. Окулярът на Хюйгенс се състои от две положителни лещи, първата от които се намира пред фокалната плоскост на обектива и служи за намаляване на геометричния размер на зрителното поле и, като следствие, намаляване изкривяванията в края на полето. Във фокуса, намиращ се между лещите на окуляра, се построява обрнато изображение на небесния обект А.

От окуляра светлинните лъчи попадат в окото на наблюдателя, който ги събира върху ретината, построявайки второ изображение на обекта В. То ще е обрнато относно изображение А, тоест в цялата оптична схема изображението се обръща два пъти и ще е право.

Но ние ще виждаме това изображение обрнато. Трети път изображението се обръща в пространството вече не от оптичската схема, а от нашия мозък при обработката му. Ако той не правеше това, то във нашето всекидневие бихме виждали всички предмети около нас обрнати.



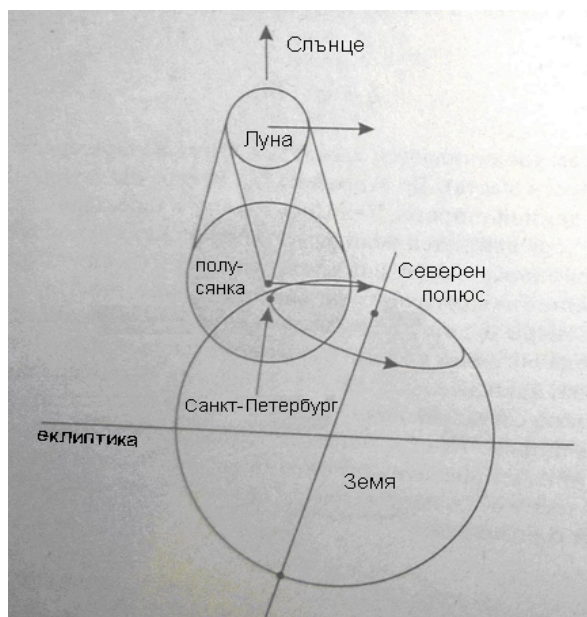
1.21. Изгрев на Венера на юг, в северното полукълбо може да се наблюдава само в случай, когато деклинацията в този момент е:

$$\delta = \phi - 90^\circ,$$

и при това се увеличава заради движението на Венера спрямо звездите (ϕ - ширина на мястото). Преди този изгрев Венера е била не изгряваща за дадената ширина. Когато е в точката на най-голяма елонгация, Венера се движи близо до еклиптиката в право направление със скорост, равна на ъгловата скорост на Слънцето. При това самото Слънце е в точката на зимното слънцестоене, и деклинацията на Венера ще се увеличава, ако елонгацията ѝ е източна, и тя догонва Слънцето при движението по еклиптиката (Венера ще е в съзвездие Козирог). Деклинацията на Венера в това време е около -17° , следователно това се случва на 73° с.ш. Слънцето на 22 декември на тази ширина не изгрява над хоризонта, а по време на изгрева на Венера на юг то се е намирало на 47° на запад от нея, тоест не много под югозападния хоризонт.

1.22. На рисунката е показано разположението на Земята, Луната и нейната полусянка в момент, когато в Петербург се наблюдава най-голямата фаза на слънчевото затъмнение. Слънцето и Луната се намират пред плоскостта на рисунката. Тъй като посочения в условието момент, дискът на Луната ще е малко по-на север от слънчевия диск („рогата” на Слънцето са насочени нагоре), то линията на

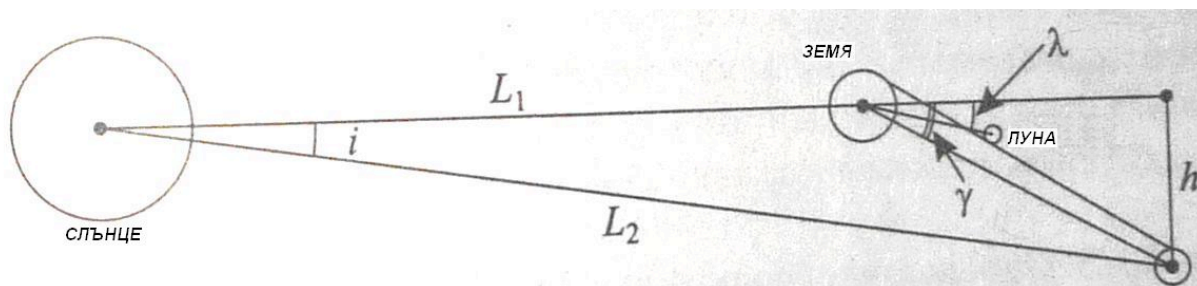
централното затъмнение ще мине северно от Петербург. Луната и полусянката се движат под малък (около 5°) ъгъл към плоскостта на еклиптиката, тоест почти паралелно на нея. Затъмнението става на астрономическата пролет, затова северния полюс на Земята се разполага в западната полусфера на планетата по отношение движението ѝ по орбитата. На рисунката се вижда, че при преместване на изток от Петербург най-голямата фаза на затъмнението ще се намалява, т.к. като ние се отдалечаваме от линията на движение на центъра на лунната полусянка.



10-11 клас

1.23. Велики са тези противостояния на Марс, при които тази планета се намира близо до перихелия на своята орбита и е до Земята на по-малко от 0,4 а.е. Такова явление може да се случи през юли, август или септември. Съответният участък от орбитата на Марс лежи южно от плоскостта на еклиптиката, и ъгълът (виж рисунката) е не по-малък от $1,6^\circ$ (максималната стойност $1,85^\circ$ е равно на наклона на орбитата на Марс). Означавайки разстоянията на Земята и Марс до Слънцето с L_1 и L_2 и отчитайки малките стойности на разглежданите ъгли, получаваме, че на земното небе Марс ще е на юг от еклиптиката, на ъгъл γ , равен на:

$$\gamma = \frac{h}{L_1 - L_2} = \frac{L_2 i}{L - L_1}, \text{ който е не по-малък от } 5,6'.$$



Наклонът на орбитата на Луната към плоскостта на еклиптиката λ е около $5,1^\circ$, поради това геоцентричното положение на Луната на небето ще е минимум на $0,5^\circ$ северно спрямо Марс. Ако в деня на противостоянето се наблюдава покритие на Марс от Луната, то, както се вижда на рисунката, може да се наблюдава само от северното полукълбо на Земята, където положението на Луната на небето заради паралакса ще е на юг от нейното геоцентрично положение.

9 септември 2003г., по-малко от две седмици след великото противостояние на Марс, ще се наблюдава покритието му от Луната, видимо само в някои области на Източен Сибир – областта на видимост едва докосва Земята от северната страна.

1.24. Любимото коте, както и всяко живо същество, се състои основно от въглерод, водород и кислород, в малки количества има азот, сяра, натрий, хлор и други елементи от първите периоди на Менделеевата таблица, елементи по-тежки от желязото са много малко. Диамантът, от който са направени лапичките – това също е въглерод. Водородът е първият химичен елемент, съществуващ във Вселената още преди образуването на звездите и галактиките. Всички елементи, по-тежки от водорода и хелия, до желязото са се образували в ранната Вселена в недра на звездите в процеса на тяхната еволюция. Атомните ядра са се получили при сливане на по-леки ядра, и този процес обезпечава на звездите отделянето на енергия. Колкото е по-тежък елемента, толкова по-масивна трябва да е звездата, в която той се образува. Но елементите по-тежки от желязото, в частност – златото, от което е направена статуетката, не са могли да се образуват по този начин, тъй като за това е необходимо да изразходва енергия. Тежките елементи се появяват само по време на взрив на свръхнови звезди, и всеки атом злато в статуетката някога е бил свидетел на такава колосална космическа катастрофа.

1.25. Да определим абсолютната звездна величина на Капела:

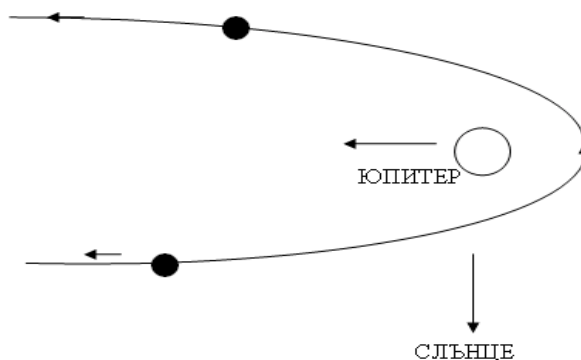
$$M = m + 5 - 5 \lg r = -0,5$$

Получава се, че светимостта на Капела е примерно 120 пъти по-голяма от тази на Слънцето. Отчитайки сходството на спектралните характеристики, на разстояние $\sqrt{120} = 10,9 a.e.$ от Капела, температурните и светлинни характеристики ще са много близки до земните. Освен това, сходството на условията трябва да включва в себе си равенството със Земята на такава важна характеристика като ускорение на свободно падане на повърхността на планетата. Тази величина е равна на:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3} \pi G R \rho$$

където M, R, ρ са маса, радиус и средна плътност на планетата. Но средната плътност е $5,52 g/cm^3$, следователно радиусът на планетата трябва да е 5,52 пъти по-голям от земния. При това масата на планетата ще е 5,52 пъти масата на Земята и ще бъде $1,8 \cdot 10^{26} kg$.

1.26. Апаратът изпълнява пасивна гравитационна маневра около Юпитер: без да включва двигатели, увеличава кинетичната си енергия за сметка на енергията на движение на Юпитер. За това той получава нарастване на скоростта, съпадаща със скоростта на планетата, забавяйки нейното движение. Това може да се случи, ако преди сближаването, Юпитер е догонвал космическия апарат, след това апаратът е отлетял пред Юпитер. Схемата на движение на апарата спрямо Юпитер в този случай е показана на рисунката.



Радиусът на орбитата на Земята е значително по-малък от този на Юпитер, затова при наблюдение от Земята, както и при наблюдение от Слънцето, апаратът се е намирал от източната страна на Юпитер както преди, така и след сближаването, само по време на маневрата се е оказал не задълго на запад от планетата.

1.27. Дадената звезда е спектрално-двойна. Слабата компонента на линията на натрия принадлежи на звездата-спътник. Изчезването на слабата линия показва, че спътникът периодически минава зад диска на главната звезда, следователно, ние се намираме близо до плоскостта на неговата орбита, Да предположим, че се намираме в тази плоскост – оценъчният характер на задачата ни го позволява. В този случай синусоидалните изменения на дължината на спътника показват, че неговата орбита е близка до кръговата, а орбиталната скорост е свързана с амплитудата на изменение на дължината на вълната на спътника $\Delta\lambda$ със съотношението:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Получава се, че скоростта на орбитално въртене на спътника (30,5км/сек) е близка до скоростта на орбиталното въртене на Земята. Умножавайки тази величина на продължителността на преминаване на спътника зад главната звезда, получаваме диаметъра на главната звезда – 600млн.км или 4 а.е., което е 500 пъти повече от диаметъра на Слънцето. От Земята тази исполинска звезда се вижда като диск с диаметър 0,004'', откъдето получаваме разстояние до звездата =1крс. Знаем видимата звездна величина – намираме абсолютната:

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg r = -5,3^m$$

Светимостта на звездата е 10000пъти по-голяма от светимостта на Слънцето, а радиусът надвишава слънчевия 500 пъти. Потокът енергия от единица площ на тази звезда е 25 пъти по-слаб от този на Слънцето, следователно по закона на Стефан-Болцман, температурата на повърхността ѝ е $\sqrt[4]{25}$ пъти по-ниска и е около 2700К.

За намиране на масата на звездата, сравняваме двойната система със системата Земя-Слънце, като приемаме че масата на спътника е много по-малка от масата на звездата. Записваме обобщения III закон на Кеплер в относителни величини:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \frac{v^3 T}{M} = const$$

Тук М е масата на централното тяло, а- радиуса на кръговата орбита, Т – период на въртене и v – орбиталната скорост на спътника. Отчитайки, че последната от тези величини са почти еднакви за Земята и спътника, а периодът на обикаляне на спътника около звездата е 30год., получаваме за масата на звездата 30 слънчеви маси. Дадената звезда е огромен и хладен червен гигант.

Част 2

58 Московска астрономическа олимпиада (2004г.)

I ТУР

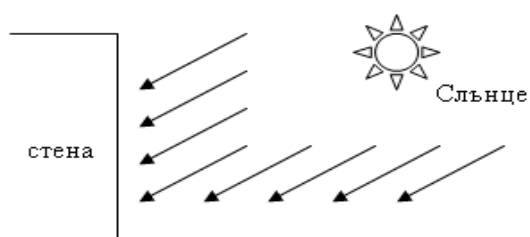
7 клас

2.1. Преминаването на Венера по диска на Слънцето става близо до долно съединение на Венера. През това време тя се движи на небето спрямо звездите ретроградно, в посока изток-запад, среща Слънцето, Затова преминаването на Венера пред диска на Слънцето започва от източния край на слънчевия диск, тоест от ляво на дясно, ако правим наблюдение от северното полукукло на Земята. По време на преминаването, ъгловият диаметър на Венера е около 1', и някои хора могат да я видят на слънчевия диск, като използват тъмни светифилтри.

- 2.2. За всички географски ширини (освен полюсите, където звездите не изгряват и не залязват) две различни звезди, изгряващи едновременно в различни (дори близки) точки на хоризонта, имат различни деклинации. На всички ширини, освен на екватора, това означава различен интервал време от изгрева до залеза на звездата. Само на екватора всички звезди залязват точно 12 часа след изгрева, ако не отчитаме рефракцията. Поради което заключаваме, че наблюдателят е на екватора.
- 2.3. "Ярко звезддообразно светило" може да бъде коя да е планета, превъзхождаща по блясък звездите. Но, след като е на източния хоризонт, планетата може да бъде само външна. От външните планети най-ярка от всички на нощното небе може да бъде само Марс (близо до противостоене) или Юпитер.
- 2.4. Ученикът лъже своя приятел. Дискът на Луната по време на пълно слънчево затъмнение се намира пред диска на Слънцето , предизвиквайки по този начин самото затъмнение, и не може да бъде видян отстрани като сърп

8-9 клас

- 2.5. В Петербург през март Слънцето по пладне се издига на височина 30^0 над хоризонта. Стената на Петропавловската крепост на брега на Нева е обърната юг, и денем слънчевите лъчи падат към нея под ъгъл 60^0 , добре нагривайки стената и въздуха около нея. Затова, ако се стои до стената е достатъчно топло. Но да се седи би било хладно, тъй като хоризонталните повърхности се огряват от слънцето много по-слабо, а на Земята има дори и сняг.

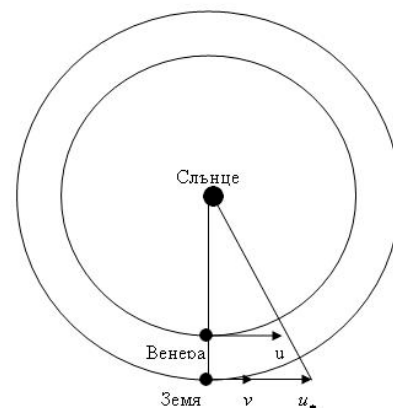


- 2.6. Както е известно, колкото по-гореща е една звезда, толкова максимумът на излъчването ѝ попада в по-късовълновата област. В нашия случай в спектъра на звездата преобладава дълговълновото (червено) излъчване на звездата, и ако на пътя между Земята и звездата няма голямо количество междузвезден прах, поглъщащ светлината от звездата и променящ цвета ѝ, то звездата А е по-гореща от В.
- 2.7. Ако пренебрегнем паралакса на Луната и атмосферната рефракция, то нейният изгрев и залез на екватора са с часов ъгъл $\pm 6ч.$, независимо от деклинацията. За 29,53 слънчеви денонощия (синодическия период на Луната) протича едно завъртане на Луната по небето спрямо Слънцето, и в същото време минават само 28,53 „лунни денонощия” . От това следва, че продължителността на лунното денонощие е 24ч.50мин., а между изгрева и залеза минават 12ч.25мин.
- 2.8. В движението около центъра на Галактиката участват както Слънцето, така и всички околни звезди, но големините и посоките на техните скорости се различават. Апексът в съзвездие Херкулес е посоката на скоростта на Слънцето спрямо групата близки звезди, които също се въртят около центъра на Галактиката. Големината на тази скорост е около 20км/сек

10-11 клас

- 2.9. Венера се движи по орбита със скорост $u = 35,0\text{км/сек}$. Земята е 1,38 пъти по-далеч от Слънцето в сравнение с Венера, и полусянката на Венера на разстоянието на Земята ще се движи със скорост $u_z = 48,4\text{км/сек}$. Но и Земята се движи по орбитата в същата посока със скорост $v = 29,8\text{км/сек}$, и скоростта на полусянката ѝ спрямо Земята е

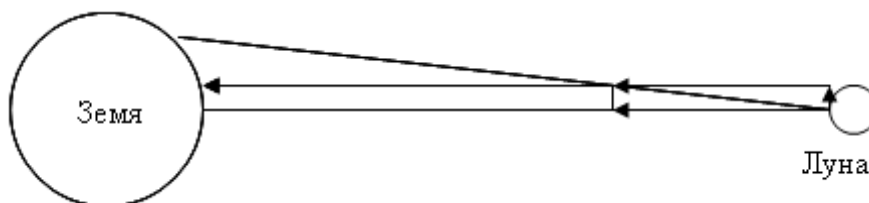
$u_{\epsilon} - v = 18,6 \text{ км/сек}$. Ако преминаването на Венера по диска на Слънцето е централно, и краят на полусиянката се движи по Земята по направление на своята нормала, то пътят ще е с екваториален диаметър 12 756 км за 686 сек. Или за 11 мин. 26 сек. Именно с толкова могат да се различават моментите на контакт на Венера и Слънцето в различни точки на Земята. През 2004 г. преминаването не беше централно, затова тази разлика е малко по-голяма.



- 2.10.** Заради елиптичната орбита на Земята и наклона на екватора към еклиптиката, интервалът между две последователни горни кулминации на Слънцето не остава постоянен. Истинското слънчево пладне настъпва в 12ч. + η по местно време, където величината η се нарича уравнение на времето. В края на декември и началото на януари, близо до зимното слънцестоене и преминаването на Земята през точката на перихелия на орбитата, ъгловата скорост на въртене около Слънцето надвишава средната годишна, освен това ректасцензията нараства по-бързо вследствие от отдалечеността от екватора. В резултат на това, интервалът между два „пладнени часа“ се различава на не-повече от 0,5 мин, и уравнението на времето бързо се увеличава, откъдето всеки ден и изгревът и залезът са малко по-късно, отколкото предния ден.

Този ефект е най-силен в тропичните ширини, където изменението на деклинацията влияе по-слабо. Там датата на най-късния залез на Слънцето се измества към по-късните дати на януари, а в близост до екватора – дори и през февруари – епохата на максимум на уравнението на времето η . Близо до полярния кръг, където Слънцето се показва за кратко над хоризонта, резките промени на ректасцензията са причина датата на най-късния изгрев на Слънцето да се приближава до датата на зимното слънцестоене – 22 декември.

- 2.11.** Снаряд се изстрелва от повърхността на Луната, която се движи спрямо Земята със скорост 1 км/сек. В резултат на това, снарядът ще попадне не по посока центъра на Земята, а под ъгъл около $0,7^\circ$ към това направление. Но този ъгъл е по-малък, от ъгловия радиус на Земята, наблюдавана от Луната (около 1°). Гравитационното влияние на Земята и Слънцето превръща траекторията на снаряда от права в хипербола, което още повече ще приближи траекторията към центъра на Земята. Снарядът ще попадне на Земята, ако разбира се не изгори във въздуха. Орбиталното движение на Земята, което е със скорост 30 км/сек, няма да повлияе на този резултат, тъй като в това движение участва цялата система Земя-Луна, в това число и снарядът.



- 2.12.** По дадени дължини на вълните може да се изчисли големината на червеното отместване на галактиката:

$$z = \frac{\lambda(H_{\alpha})}{\lambda(H_{\beta})} - 1 = 0,35$$

При такива значения на z за по-добра точност трябва да се използва релятивистката формула за червеното отместване. Разстоянието до галактиката може да се изчисли по закона на Хъбл:

$$R = \frac{c(z^2 + 2z)}{H(z^2 + 2z + 2)}.$$

След изчисления, получаваме $1,34 \cdot 10^9$ pc (тук c – скорост на светлината, H – константата на Хъбл).

Блясъкът на свръхновата m от такова разстояние е 22^m , следователно, в центъра на нашата Галактика, от разстояние $r = 8000$ pc блясъкът m_1 би бил равен на:

$$m_1 = m + 5(\lg r - \lg R) = -4,1,$$

и свръхновата би изглеждала като Венера на земното небе.

II ТУР

7 клас

- 2.13.** Твърдение 1 е правилно за екватора на Земята, ако не вземем под внимание атмосферната рефракция. В този случай продължителността на деня винаги е 12 часа, а два пъти в годината, в дните на равноденствие, Слънцето минава през зенита, тогава вертикалните предмети не хвърлят сянка. Там на екватора е справедливо и твърдение 3, макар е малка уговорка, т.к. посоката на рогата на сърпа може да се отклони от вертикалния ъгъл до $18,3^\circ$ при „ниска Луна” и до $28,6^\circ$ в период на „висока Луна”. Твърдение 2 обаче не може да бъде вярно никъде, с изключение може би на Южния полюс, където всички посоки са север. В периода от 23 септември до 21 март, Слънцето изгрява от юго-изток, а залязва на юго-запад във всички райони на Земята, където се издига над хоризонта.
- 2.14.** По време на съединение Венера се намира по-близо до нас, отколкото Марс, независимо от своята конфигурация. Диаметърът на Венера е по-голям от този на Марс, следователно нейните ъглови размери също са по-големи.
- 2.15.** Съзвездие Дракон, от чието направление летят метеорите Драконида, се намира в района на полюса на еклиптиката. Тези метеори ще летят към Земята от север почти перпендикулярно към направлението на движение на самата Земя, и тяхната скорост спрямо Земята ще е практически същата (в действителност е малко по-малка), каквато е тяхната скорост спрямо Слънцето. Съзвездието Орион през октомври се намира в посока движението на Земята, и метеорите Ориониди ще летят срещу Земята, което увеличава много тяхната относителна скорост. Метеорите Ориониди са едни от най-бързите, наблюдавани от Земята.
- 2.16.** Планетите се разполагат на небето в близост до еклиптиката. Еклиптиката се пресича с Млечния път в съзвездие Стрелец и на границата на съзвездията Бик и Близнаци. В тези райони на небето би могла да се намира планетата. Нейното противостоене в тези случаи настъпва съответно през юни и декември, т.е. близо до лятното или зимното слънцестоене.
- 2.17.** Интервалът между покритията в условието на задачата е по-малко от звездния период на въртене на Луната ($27,3^d$). Следователно, Марс през това време се е движил по небето спрямо звездите срещу Луната, от изток на запад. Това може да е така, само близо до противостоене на Марс, следователно фазата на Луната е била близка до пълнолуние.

8 – 9 клас

- 2.18.** Двете звезди имат северна деклинация, по-малка от ширината на Северния полярнен кръг. Затова първата от тях може да се намира на изток, юг или запад, а втората – във всяка от четирите посоки. Да си припомним, че когато звездното време е 18 часа, Слънцето на Северния Полярнен кръг е на хоризонта независимо от сезона. В този момент небето ще е винаги светло, и в този момент първата

звезда се оказва на юг, а втората – на север. В заключение – първата звезда може да се наблюдава на южното небе само на изток и на запад, а втората – на изток, юг и запад.

2.19. По дадените в условието на задачата данни, разстоянието до Вега в сегашния момент е:

$$d = 1/\pi = 7,76 \text{ pc}$$

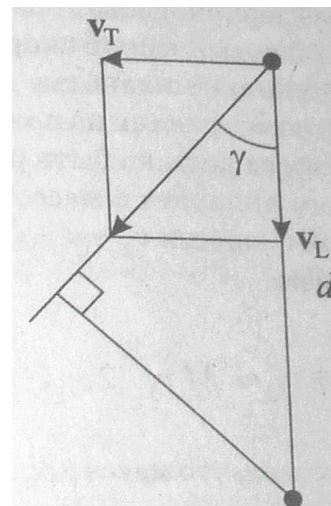
А тангенциалната ѝ скорост е:

$$v_T = \alpha \cdot d = \alpha / \pi = 2,71 \text{ a.e.} / 200 \text{ год.} = 12,9 \text{ км/сек}$$

Тук годишният паралакс и собственото движение са означени съответно с π и α .

Лъчевата скорост е 14 км/сек, следователно Вега се приближава към

$$\text{Слънцето, движейки се под ъгъл} \quad \gamma = \arctg \frac{v_T}{v_L} 42,7^\circ$$



Спрямо посоката на Слънцето. От тук можем да направим извод, че Вега няма да се приближи никога до нас на разстояние $d/2$. Минималното ѝ разстояние до Слънцето може да бъде:

$$d \cdot \sin \gamma = 5,26 \text{ pc}$$

И това ще е след време: $\Delta t = \frac{d \cdot \cos \gamma}{\sqrt{v_L^2 + v_T^2}}$, което е около 200 хил.год.

2.20. Преди изстрелване на контейнера, скоростта на кораба заедно с контейнера е била първа космическа, съответстваща на даденото разстояние до планетата. За да падне контейнера с маса m по вертикала върху повърхността на планетата, неговата скорост след изстрелване трябва да е нула. При това скоростта на космическия апарат с маса M става равна на втора космическа скорост

$$v_2 = v_1 \cdot \sqrt{2}$$

От закона за съхранение на импулса следва:

$$(M + m)v_1 = Mv_2 \sqrt{2}$$

От това уравнение следва, че масата на кораба е:

$$M = \frac{m}{\sqrt{2} - 1} = m(\sqrt{2} + 1), \quad \text{т.е. } 2,414 \text{ тона.}$$

2.21. В задачата веднага се вижда едно тривиално решение – радиусът на орбитата на астероида е равен на радиуса на орбитата на Марс. Но такова решение не може да се реализира практически, т.к. в този случай астероидът и Марс ще се окажат в една точка в пространството. Ще намерим други решения.

Синодическият период на външна планета S (интересуват ни външни планети, т.к. говорим за противостоене) е свързан с периода на въртене на тази планета и Земята със съотношението:

$$S = \frac{T_0 T}{T - T_0}.$$

Трябва да уточним веднага, че тази формула е справедлива за планета или астероид, обикалящи около Слънцето в същата посока, както и Земята. Марс удовлетворява това условие, а обозначенията T и S са за Марс.

За изпълнението на условието на задачата, синодичният период на астероида $S_{\text{а}}$ не е задължително да е равен на синодичния период на Марс S , но може да бъде по-малко от цяло число $S_{\text{а}} = S/n$.

Периодът на въртене на астероида около Слънцето ще бъде:

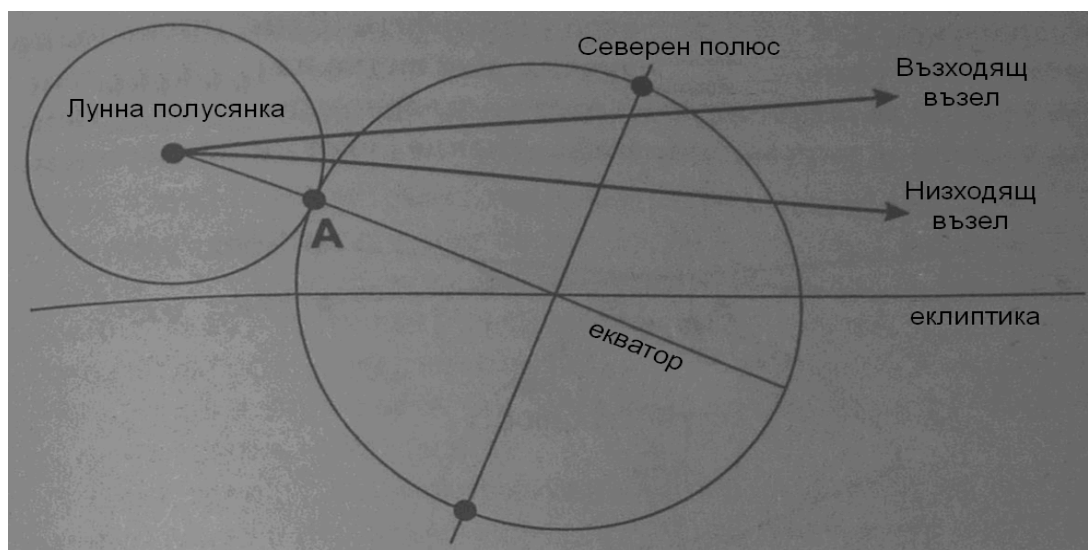
$$T_{\text{а}} = \frac{T_0 S_{\text{а}}}{S_{\text{а}} - T_0} T_0 \frac{T_0 T}{T - n(T - T_0)}.$$

При това астероидът си остава външен, а периодът $T_{\text{а}}$ трябва да е повече от година. На това условие отговарят случаи с $n=3$ и $n=4$, периодът на въртене на астероида за тези случаи са съответно 2,47 и 1,14 год., а радиусът на орбитата – 1,82 и 1,09 а.е.

- 2.22. За това, че авторът не е прав, може и да се убедим поне от това, че централно покритие на звезда от Луна в тропическата зона на Земята не може да продължи повече от 2 часа (виж решението на зад.4.13.), а при централно затъмнение

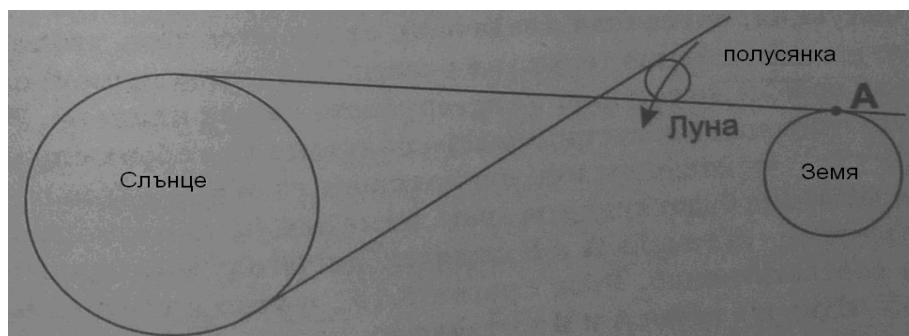


Луната за час напълно се скрива във сянката на Земята. А грешката на автора е в следното: при наблюдение от повърхността на нашата планета център на земната сянка няма да съвпадне с анти слънчевата точка. Както и всяко физическо тяло, разположено близо до Земята (на разстоянието на Луната), сянката ще претърпи паралактично отместване с центърът на сянката по небето амплитуда до 1° и период едно слънчево денонощие. Центърът на сянката при своето движение по небето около полунощ ще се движи ретроградно, подобно движението на планетите около противостоене. И в продължение на частичната фаза на затъмнението, напълно възможно е сянката да „напълзи“ на звезда, която няма паралактично отместване (виж рисунката). Това никак няма да промени звездата, но ще окаже съществено влияние на вида на края на лунния диск, зад който ще се появи звездата.

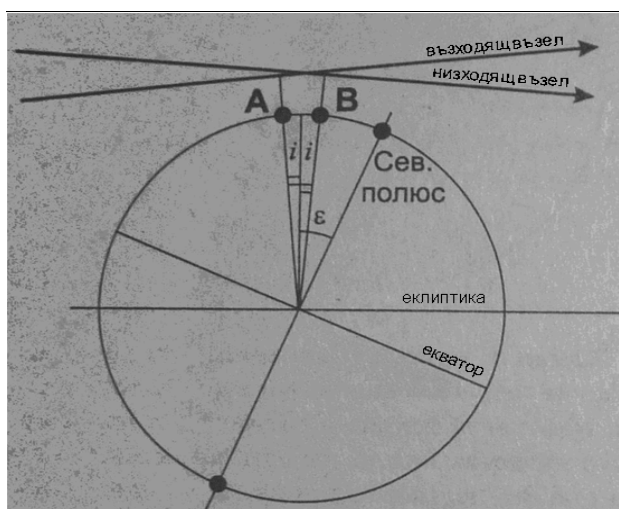


2.23. Описаната в двете задачи ситуация е много сходна, затова решението на двете задачи ще бъдат разгледани заедно. На рисунката е показано взаимното положение на Земята и лунната полусянка при наблюдение от Слънцето, като хоризонталната линия съответства на плоскостта на еклиптиката. В деня на пролетното равноденствие екватора на Земята в дадената проекция ще минава през диаметъра на диска на Земята под ъгъл $23,45^{\circ}$ към плоскостта на еклиптиката, а северния полюс на нашата планета ще се намира в западната част на диска на Земята спрямо орбиталното ѝ движение.

В условие а) на задачата е описана ситуация, при която диска на Луната на хоризонта се допира до слънчевия точно отгоре. Това е възможно само в момента, когато лунната полусянка се допира, т.е. в самото начало или край на затъмнението на Земята, както се вижда от следващата рисунка (видът на системата е показан от север).



В условието е казано, че затъмнението едва започва, и лунната полусянка стъпва на Земята в точка на екватора (точка А на двете рисунки). Полусянката се движи спрямо Земята заедно с Луната в посока, обратна на движението на системата Земя-Луна по орбитата, под ъгъл $5,15^{\circ}$ към еклиптиката нагоре или надолу в зависимост от това, в кой възел от орбитата на Луната става затъмнението. Но и в двата случая, както се вижда на рисунката, най-голямата фаза на затъмнението ще се вижда в северното полукълбо на Земята, а в дадената точка на екватора затъмнението ще бъде само частично.



Ситуацията, описана в задача в), се различава само по това че затъмнението е частично за Земята, и центърът на лунната полусянка въобще не стъпва на повърхността. На рисунката е показано движението на центъра на полусянката за двата случая (Луната във възходящ или низходящ възел). Най-голяма фаза на затъмнението ще се вижда от края на земния диск, най-близък до центъра на сянката – в точките А и В за възходящия и низходящия възел съответно. Ъгъл i равен на $5,15^{\circ}$, а ъгъл ϵ е $23,45^{\circ}$. Ширината на точките А и В са:

$$\varphi = 90^{\circ} - \epsilon - i = 61,4^{\circ} \text{ за възходящ възел,}$$

$$\varphi = 90^{\circ} - \epsilon + i = 71,7^{\circ} \text{ за низходящ възел.}$$

В двата случая затъмнението ще се вижда на хоризонта западно от пладнената линия, т.е. сутрин, при изгрев Слънце.

2.24. В продължение на вечерна видимост, от горно до долно съединение, ъгловата скорост на движение на Венера сред звездите постепенно намалява. До момента на най-голяма източна елонгация тя е по-голяма, отколкото на Слънцето, след този момент – по-малка, а след преминаване на точките на стоене, тя сменя знак, ставайки отрицателна. Марс, когато е далеч от Слънцето (в съединение с Венера), се движи само на право, а ъгловата му скорост е винаги по-малка от ъгловата скорост на движение на Слънцето.

Очевидно, че две съединение на Венера и Марс могат да се случат, ако в първото от тях Венера настига Марс при своето движение, а при второто Марс настига забавящата се или движещата се обратно Венера (да настъпи второ съединение с Марс, като го догонва по целия кръг – Венера няма да успее, т.к. за това ще и е необходима повече от година). В този случай второ съединение не може да настъпи до момента на най-голяма елонгация, когато Венера се движи по небето по-бързо от Марс. Затова вариант в) в условието на задачата е невъзможен. Вариантите а) и б) за възможно и често се реализират.

2.25. Такава ситуация може да се случи само ако астероидът се движи по еклиптиката синхронно с възлите на лунната орбита, и никога не се среща с тях. За това астероидът трябва да се движи около Слънцето в обратна посока (по часовниковата стрелка), правейки един оборот, както и лунните възли, за 18,6г. По закона на Кеплер радиусът на неговата орбита се получава равна 7,02 а.е.

2.26. Т.к. ние наблюдаваме затъмнения, Земята се намира до плоскостта на орбитата на двете компоненти на двойна система и близо до плоскостта на акреционния диск, Размерите на бялото джудже и дебелината на акреционния диск са много по-малки от размерите на гиганта, и намаляването на блясъка може да предизвика само затъмнение на джуджето от гиганта, Ако при това сумарният блясък на системата се намалява с $0,1^m$, следователно светимостта на бялото джудже е например 10 пъти по-малко от светимостта на звездата-гигант.

Знаейки периода на въртене T (45,5денонощия или $1/8$ години) и относителната скорост на звездата (120км/сек), получаваме разстоянието между звездите:

$$R = \frac{vT}{2\pi} = 0,5 \text{ а.е.}$$

Според обобщения закон на Кеплер получаваме, че сумарната маса на системата е 8 слънчеви маси. При това амплитудата на изменение на скоростта на бялото джудже е 7 пъти повече, отколкото на гиганта, следователно масата на гиганта е 7 слънчеви маси, а масата на джуджето – 1 слънчева маса. По време на затъмнение виждаме само звездата-гигант, чийто блясък на нашето небе е $4,7^m$, от измерването на паралакса – разстоянието до нея е $r = 100\text{pc}$. Следователно, абсолютната звездна величина на гиганта е:

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg r = -0,3 \text{ m}$$

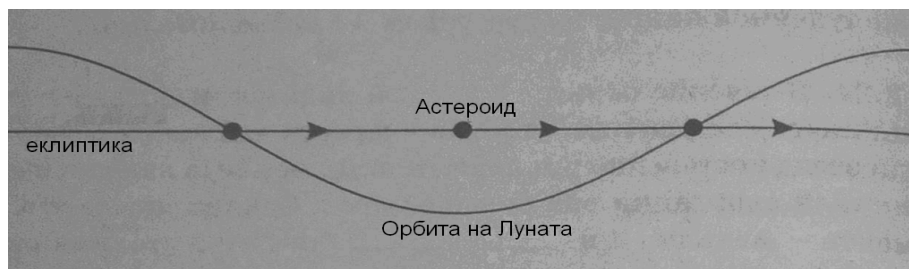
т.е. светимостта на гиганта е 100 пъти повече от слънчевата.

Светимостта на бялото джудже I се получава 10 слънчеви Слънчеви светимости, т.е. $3,88 \cdot 10^{27} \text{W}$.

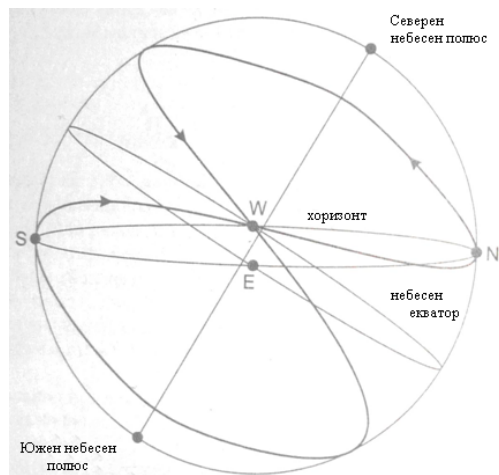
За оценката на темпа на акреция приемаме, че цялата кинетична енергия на падащото върху бялото джудже вещество за интервала от време Δt преминава в излъчване. Тази величина е равна на потенциалната енергия на падналото вещество със знак минус:

$$I \cdot \Delta t = GMM^i \Delta t \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right),$$

Където M и r са масата и радиуса на бялото джудже, d е разстоянието от бялото джудже до точката на либрация, от която започва акрецията, M^* - темп на акреция. Разстоянието d , по порядък е равно на разстоянието между звездите R , значително по-голямо от радиуса на бялото джудже, и потенциална енергия на веществото в точката на либрация може да се пренебрегне, изключвайки събираемото $(1/d)$ в последната формула. Замествайки по нататък числените значения, получаваме $M^* = 1,9 \cdot 10^{14}$ кг/сек или $3 \cdot 10^{-9}$ слънчеви маси за година.



2.27. Такъв необичаен път на звезда по небето (показан на рисунката) може да има само в случай, когато продължителността на слънчевото денонощие е съпоставима с продължителността на годината. Залез на звезда в точка запад (посоките на хоризонта са означени с латински букви) може да има само в моментите на равноденствие. След един такъв залез звездата се появява на север, имайки положителна деклинация, след друг – на юг, с отрицателна деклинация. Наклонът на небесния екватор към плоскостта на еклиптиката е голям, и централната звезда се появява на хоризонта при всяко лятно слънцестоене и се скрива под хоризонта при всяко зимно слънцестоене. Следователно, залезите на звездата стават при всяко равноденствие, а продължителността на годината T е равна на две слънчеви денонощия на тази планета, т.е. 32,28 земни денонощия. Изгрев на звездата на север става много преди лятното слънцестоене, но деклинацията



на звездата е вече $+30^\circ$. Следователно, наклонът на екватора на планетата към плоскостта на орбитата е още по-голям, около 50° (точният анализ за кръгова орбита е $53,65^\circ$).

Сходството на температурния режим на тази планета със земния, както и потокът енергия от звездата на разстояние L на планетата е равен на потока слънчева енергия на Земята. От това следва връзката между светимостта на звездата L и разстоянието до планетата R :

$$\frac{L}{R^2} = \frac{L_0}{R_0^2}.$$

Тук L_0 е светимост на Слънцето, R_0 – разстоянието от Слънцето до Земята. Звездата е от главната последователност, и нейната маса е свързана със светимостта със съотношението:

$$\frac{L}{M^3} = \frac{L_0}{M_0^3}.$$

Тук M_0 е масата на Слънцето. Накрая, по третия закон на Кеплер, с отчитане факта, че масата на планетата спрямо масата на звездата е много малка, получаваме връзката между периодите на въртене на планетата T и на Земята T_0 :

$$\frac{T^2 M}{R^3} = \frac{T_0^2 M_0}{R_0^3}.$$

От тези три уравнения получаваме връзката между масата на звездата и радиуса на орбитата на планетата с нейния период на въртене:

$$\frac{M^7}{M_0^7} = \frac{T^4}{T_0^4}, \quad \frac{R^7}{R_0^7} = \frac{T^6}{T_0^6}.$$

В заключение получаваме масата на звездата равна на $\frac{1}{4}$ от масата на Слънцето, а радиусът на орбитата ѝ – $\frac{1}{8}$ а.е.

Част 3.

59- та Московска астрономическа олимпиада (2005год.)

I тур

7 клас

- 3.1. Интервалите време между изгрев и горна кулминация и горна кулминация – залез на звездата са равни, следователно, предшествания изгрев на звездата е бил в 17ч.00мин. Интервалите време между два изгрева е равен на едно звездно денонощие, равно на 23ч.56мин. (поради въртенето на Земята около Слънцето, една година съдържа едно звездно денонощие повече от слънчевите). В резултат близкият изгрев ще бъде в 16ч.56мин.
- 3.2. Опашката на кометата е насочена в пространството и на небето вВ противоположна на Слънцето посока. В същото направление са и рогата на сърпа на Венера. Следователно, опашката на кометата ще е насочена в същата посока, както и рогата на сърпа на Венера.
- 3.3. Планетата меркурий винаги се разполага на небето в близост до еклиптиката не по далеч от 28° от Слънцето. На 22 юни, в деня на лятното слънцестоене, Слънцето в Санкт-Петербург потъва под хоризонта не много дълбоко и не за дълго. През това време си остава достатъчно светло. Дори Меркурий ако се окаже в този ден в максимална елонгация, неговата деклинация ще е по-малка от тази на Слънцето и той ще изгрява малко преди него и ще залязва веднага след него, като ще остава невидим на яркия фон на залеза (зората). Ако е в горно или долно съединение, Меркурий също не може да се вижда редом до яркото Слънце.
- 3.4. Яркостта на собственото излъчване на небесното тяло в инфрачервени лъчи зависи силно от неговата температура. Когато Луната е в първа четвърт, на нейното видимо полукълбо е сутрин, и Слънцето едва изгрява или скоро се е издигнало над хоризонта. През това време средната ѝ температура е по-хладна, отколкото по време на последна четвърт, когато на видимото полукълбо е вечер. Освен това, по време на последната четвърт Слънцето осветява повече тъмни области на видимото полукълбо на Луната (Океан на Бурите и околните морета), които поради това се нагряват по-силно. В резултат, Луната в последна четвърт в инфрачервените лъчи е по-ярка, отколкото в първа четвърт.

8 – 9 клас

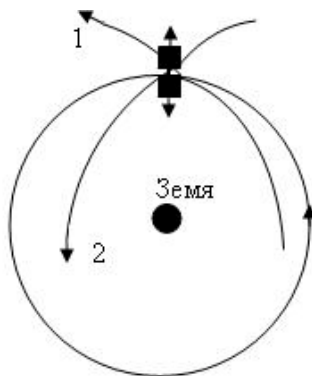
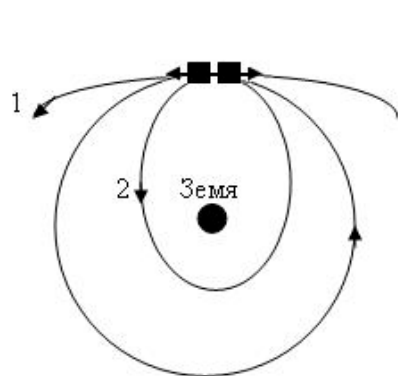
- 3.5. При най-голяма източна елонгация Венера се намира на 47° източно от Слънцето по еклиптиката, т.е. отчитайки датата, ще е в съзвездие Овен. През това време тя се вижда най-добре вечер. Когато Слънцето залязва то има координати $\alpha = 0^h$, $\delta = 0^\circ$ и звездното време е 6 часа.



Положението на Венера на небето в момента на залеза на Слънцето за различните ширини е показано на рисунката. В това време на Южния полярен кръг еклиптиката съвпада с хоризонта и Венера ще залезе едновременно със Слънцето на хоризонта, но ще изгрее значително по-късно от него. При по-нататъшно преместване на юг условията за видимост на Венера, имаща северна деклинация, ще бъдат по-лоши – ще се вижда на небето само денем или въобще няма да се вижда.

В екваториалната зона и северното полукълбо на Земята Венера ще се намира над хоризонта след залез Слънце и само близо до Северния полюс няма да се вижда на тъмното небе, т.к. Слънцето там не залязва под хоризонта. След отчитане ъгловите размери на Слънцето, окончателният отговор е: Венера ще се вижда на небето когато няма Слънце там, на ширини от $-66,2^0$ до $+89,8^0$.

3.6. По III закон на Нютон в резултат на работата на двигателя в съединителната муфа на двете еднакви части на спътника получават нарастване на скоростта, равни по големина, но противоположни по



посока. Ако ние имаме задачата да изведем от гравитационното поле на Земята само едната част, то можем да използваме въртенето на частта около Земята, като ѝ предадем допълнителна скорост в същото направление (лявата рисунка).

Така спътникът ще премине на елиптична орбита.

Увеличението на скоростта, което ще получи първата част на спътника е равно на разликата между втора и първа космически скорости за даденото разстояние до Земята:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} - \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}(\sqrt{2} - 1) .$$

Тук M е масата на Земята, R – радиус на кръговата орбита на спътника, равен на средното разстояние до Луната. Втората част на спътника получава същото нарастване на скоростта по модул. В системата на отчитане, движеща се преди включване на двигателя заедно със спътника, двете части са били в покой, а след неговата работа са се задвижили със скорост Δv . Следователно, получават енергия:

$$E = \frac{m(\Delta v)^2}{2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{GMm}{R} ,$$

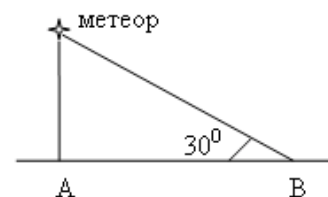
Което е $8,89 \cdot 10^6$ J. Тук m – масата на спътника (на двете части заедно).

Ако е необходимо да се изведат и двете половини на параболични орбити, то предаването на импулс, успореден на посоката на тяхното орбитално движение няма да е енергетично изгодно, т.к. това ще доведе до преминаване на параболична орбита на едната половина, а преминаването на другата ще бъде особено затруднено. По-просто е на двете части да увеличим скоростта, в посока перпендикулярна на орбиталното им движение (дясната рисунка). За да имат и двете части след импулса втора космическа скорост, увеличението на скоростта трябва да е:

$$\Delta v = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = \sqrt{\frac{GM}{R}} ,$$

Т.е. първа космическа скорост. За това ще е необходима енергия равна на $5,18 \cdot 10^7 \text{J}$. Този резултат можем да получим направо от закона за запазване на енергията като отчетем факта, че всички части на спътника в резултат на това ще напуснат околностите на Земята. Обърнете внимание – дадената енергия е почти 6 пъти повече, от случая с извеждане на параболична орбита само на едната половина на спътника!

- 3.7. Явлението метеор протича на височина около 100км. Това е много по-малко от радиуса на Земята, и за решаване на задачата можем да „забравим“ за сферичността на нашата планета и да я считаме плоска. От рисунката се вижда, че разстоянието от метеора до точката В, откъдето се е виждал на височина 30° , е 2 пъти ($1/\sin 30^\circ$) повече, отколкото в точка А, намираща се точно под метеора. Следователно, неговият блясък в точка В без да отчитаме атмосферното поглъщане е:
- $$m = 0 + 5 \lg 2 = 1,5.$$



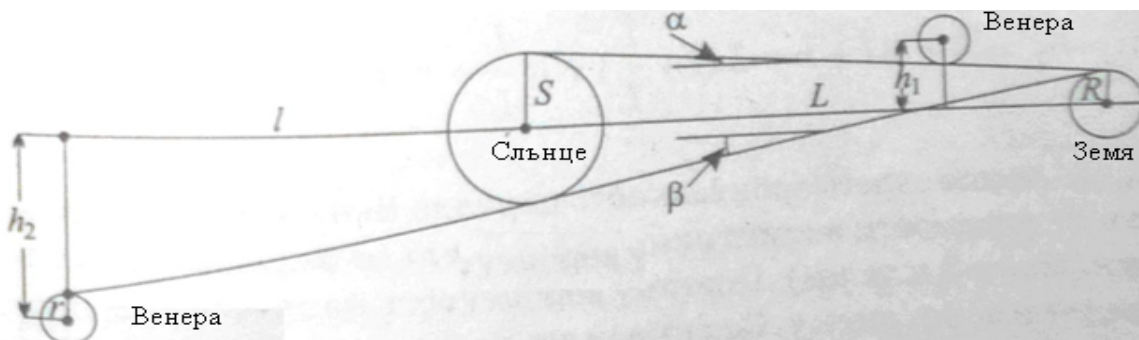
- 3.8. Интервалът между две покрития на далечна звезда от Слънцето (ако звездата е абсолютно неподвижна, този интервал е равен на периода на въртене на Земята около Слънцето) и тропическата година – са различни интервали от време, макар и много близки. Причината за тази разлика е прецесията на земната ос, поради което точката на пролетното равноденствие се движи по еклиптиката срещу видимото движение на Слънцето, извършвайки един оборот приблизително за 26000год. В резултат, връщайки се към същата звезда, Слънцето извършва малко повече от един оборот спрямо точката на пролетното равноденствие. За този период изминава $1 + (1/26000)$, т.е. около 1,00004 тропични години.

10-11 клас

- 3.9. Моментът на залез на коя да е звезда на точно определена ширина съответства на точно определено звездно време, не зависещо от сезона на годината. Всеки следващ ден Слънцето кулминира примерно с 4 мин по-късно по звездно време, но звездното време на залеза на Слънцето и края на вечерния полумрак се изместват с друга величина. В началото на февруари продължителността на светлата част на деня се увеличава за ширините на Москва, и звездното време на залеза на Слънцето с всеки следващ ден нараства с повече от 4 мин. Затова продължителността на вечерната видимост на звездата А през февруари ще намалява бързо, и скоро тази звезда ще изчезне в лъчите на утринното Слънце.

През август, когато продължителността на светлия ден намалява, звездното време на залез на Слънцето се увеличава много по-бавно. За сметка на по-ранното настъпване на тъмнината звездата В ще се вижда вечер още дълго след 1 август.

- 3.10. Ще изясним при какви условия настъпва преминаване на Венера пред диска на Слънцето или зад него. Означаваме с S , R и r радиусите на Слънцето, Земята и Венера, а чрез L и l – разстоянията от Слънцето до Земята и Венера (ще считаме техните орбити за кръгови).



На рисунката се вижда, че за да има преминаване на Венера пред диска на Слънцето е необходимо Венера да докосне макар и края на конуса, описан около повърхностите на Слънцето и Земята. Нека не забравяме, че всички ъглови величини, за които ще говорим са много малки. В този случай ъгълът на разтвора на конуса α е равен на:

$$\alpha = \frac{S - R}{L}.$$

Преминаване ще има, ако в момент на долно съединение Венера е на разстояние от плоскостта на еклиптиката, не по-голямо от h_1 :

$$h_1 = S - \alpha l + r = S \left(1 - \frac{l}{L}\right) + R \cdot \frac{l}{L} + r = 203700 \text{ km}.$$

А когато Слънцето покрива Венера, ъгълът на разтвора на конуса е:

$$\beta = \frac{S + R}{L},$$

А максималното разстояние на Венера до плоскостта на еклиптиката в момент вече на горно съединение h_2 :

$$h_2 = S + \beta l + r = S \left(1 + \frac{l}{L}\right) + R \cdot \frac{l}{L} + r = 1210100 \text{ km}.$$

За времето на целия орбитален период Венера може да се отдалечава от плоскостта на еклиптиката на много по-големи разстояния (на повече от 6 млн. км). Затова вероятността за настъпване на тези преминавания пред диска на Слънцето и зад него може да смятаме за пропорционална на стойностите съответно на h_1 и h_2 . А това означава, че преминаването зад диска на Слънцето става средно

$$\frac{h_2}{h_1} = 5,94 \text{ пъти по-често,}$$

отколкото преминаването пред него. Интересното е, че преминаванията на Венера зад диска на Слънцето се случват в същата епоха и в същия календарен месец, както и преминаванията пред диска на дневното светило. Така, че по-редките преминавания пред диска през 2004 и 2012г. се съпровождат от десет покрития на Венера от Слънцето, които са също през 'ни на всеки 8 години от 1976г. до 2048г.

- 3.11.** Разстоянието между две звезди, образуващи двойки, е много по-малко от разстоянието до Земята. Затова ако по време на главния максимум за нас е скрита някаква ъглова площ от диска на едната звезда, то по време на вторичния максимум ще бъде закрыта същата площ S , но от диска на другата звезда. При това всяко от покритията може да бъде както пълно, така и частично, и това предварително не ни е известно. Т.к. разстоянията до двете звезди можем да считаме за еднакви, а потъмняването на краищата на дисковете по условието на задачата пренебрегваме, то количеството светлинна енергия, идваща от една звезда с фиксирана ъглова площ S , по закона на Стефан – Болцман се определя най-вече от температурата на повърхността на звездата T и е пропорционална на T^4 . Обозначаваме сумарния поток от двете звезди извън минимума чрез J и изчисляваме намалението на потока във всеки от минимумите. За главния и вторичния минимума получаваме съответно:

$$\Delta J_1 = J(1 - 10^{-0,4 \cdot 0,55}) = 0,4 J$$

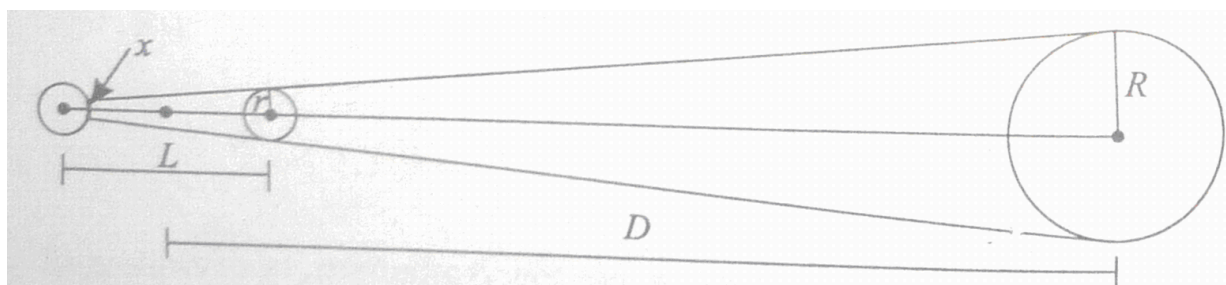
$$\Delta J_2 = (1 - 10^{-0,4 \cdot 0,11}) = 0,1 J$$

Получава се, че количеството светлинна енергия, постъпваща от еднакви площи на двете звезди се различава 4 пъти, следователно ефективните им температури се различават на $\sqrt{2} = 1,41$ пъти. При това по време на главния максимум за затъмнява по-горещата звезда.

Но без допълнителна информация нищо не можем да кажем за това, кои затъмнения са пълни и кои – частични. Затова не можем да определим съотношението на радиусите и светимостите на звездите. Без спектрални наблюдения няма да успеем да определим масите.

3.12. В посочената система звездата и двете планети през цялото време са на една права, като взаимните разстояния между всички небесни тела не се изменят. Означаваме радиусите на звездата и планетите с R и r , разстоянието от звездата до центъра на масите на двойната планета с D , а разстоянието между планетите с L . Масата на звездата е M , а масата на всяка от планетите – m . Системата се върти като едно цяло с ъглова скорост ω . Записваме уравнението на движение на вътрешната и външната планета:

$$m\omega^2 \left(D - \frac{L}{2} \right) = \frac{GMm}{\left(D - \frac{L}{2} \right)^2} - \frac{Gm^2}{L^2}, \quad m\omega^2 \left(D + \frac{L}{2} \right) = \frac{GMm}{\left(D + \frac{L}{2} \right)^2} + \frac{Gm^2}{L^2}.$$



В условието е казано, че масата на звездата надвишава значително масата на планетата. От това следва, че величината L е много по-малка от D и събираемостта в дясната част на двете уравнения можем да запишем така:

$$\frac{GMm}{\left(D \mp \frac{L}{2} \right)^2} = \frac{GMm}{D^2} \pm \frac{GMmL}{D^3}.$$

След събиране и изваждане на уравненията за движение на планетите, получаваме:

$$m\omega^2 D = \frac{GMm}{D^2},$$

$$m\omega^2 L = \frac{2Gm^2}{L^2} - \frac{2GMmL}{D^3}.$$

Изразяваме ω от първото уравнение и заместваем във второто:

$$\frac{3 G M L}{D^3} = \frac{2 G m}{L^2} .$$

От полученото уравнение се извежда връзката между радиусите на орбитите:

$$L = D \left(\frac{2m}{3M} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Или след отчитане равенството на плътностите на звездата и планетите,

$$L = \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{3}} D \frac{r}{R} .$$

Сянката на по-близката до звездата планета има вид на конус, чийто ъгъл на разтваряне (с отчитане малките размери на планетите в сравнение с тези на звездата) е:

$$\alpha = \frac{R-r}{D-L/2} \approx \frac{R}{D} .$$

Пренебрегвайки размерите на планетите в сравнение с величината L , получаваме големината на радиуса на сянката на повърхността на далечната планета

$$x = r - \alpha L = r \left(1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{3}} \right) .$$

И накрая, фазата на пръстенообразно сенчесто затъмнение на далечната планети ще е:

$$F = \frac{x}{r} = 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,13 .$$

II ТУР

7 клас

3.13. От северния полюс се вижда само северното небесно полукълбо, а от южното – само южната половина на небето. От двата полюса едновременно заради явлението атмосферна рефракция на самия хоризонт могат да се видят небесни обекти, намиращи се на небесния екватор. Такъв обект в дните на равноденствие може да бъде и самото Слънце. В действителност със Слънцето се изчерпва целият списък. Луната, когато е близо до небесния екватор няма да се вижда от нито един полюс, т.к. ще се намира под хоризонта заради своето паралактично отместване, което надвишава два пъти рефракцията. Другите обекти на небесната сфера са много слаби, за да се наблюдават на самия хоризонт на единия от полюсите, където през това време задължително ще бъде ден. Дори по време на пълно слънчево затъмнение небето на хоризонта остава много светло.

3.14. За да отговорим на въпроса трябва да си припомним, че не всички участъци на звездното небе светят еднакво ярко. През небето минава ярката ивица на Млечния път, състояща се от огромно количество звезди. Броят на ярките звезди близо до Млечния път също се увеличава. През летните, есенните и зимни нощи Млечният път се вижда на ширината на Москва като огромна дъга, минаваща през цялото небе на голяма височина над хоризонта (през есента



дори минава през областта на зенита). Но през пролетта Млечният път минава ниско над северния хоризонт и се вижда трудно. Небето в този момент е значително по-тъмно. Трябва да отбележим също, че през март небето се осветява чувствително от повърхността на Земята, която е покрита още със сняг (особено близо до големите градове), а от средата на май нощите стават по-светли, т.к. Слънцето не слиза много ниско под хоризонта. От всичко това следва, че най-тъмно нощно небе има през април и началото на май.

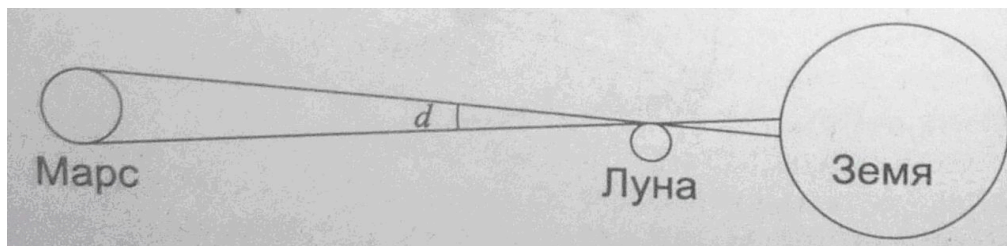
3.15. Щом Венера се намира в най-голяма източна елонгация, то както за Земята, така и за Марс, тези две планети се разполагат в направление перпендикулярно на радиус-вектора на Венера (виж рисунката). Ъгловото разстояние на Венера от Слънцето, гледано от Земята при най-голяма елонгация е 47° , следователно, Марс е на 133° на запад от Слънцето.

3.16. За решението е необходимо да си припомним, че скалата на звездните величини е логаритмична, и разликата с една звездна величина означава, че едната звезда е по-ярка от другата K пъти. Величината K е равна например на 2,512, макар за решението това вече не е принципно. Ако означим яркостта на звездата 3^m за единица, то яркостта на първата двойна ще е $2K$, а на втората – (K^2+1) . Очевидно, че за всяко значение на K , по-голямо от единица, вторият израз е по-голям.

3.17. Уви - на тази снимка ние се сблъскваме с поредния необмислен фотомонтаж. такава фотография не може да бъде получена от нито една точка в пространството. На нея Луната се проектира на тъмната част на диска на Земята, следователно, Луната трябва да се намира по-близо до точката на снимане, отколкото нашата планета. Тук се сблъскваме наведнъж с две противоречия. Първо, както е този случай ъгловите размери на Луната могат повече от 4 пъти да са по-малки от размера на по-далечната Земя (по диаметър Луната е 3,67 пъти по-малка от Земята) и второ, защо Луната е обрната към наблюдателя с видимото от Земята полукълбо?

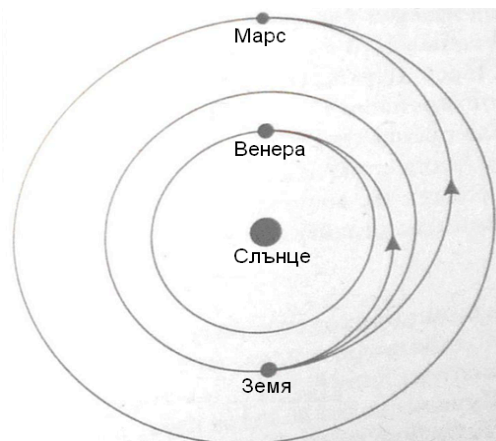
8-9 клас

3.18. Марс и Луната са били в зенита, а Слънцето –близо до хоризонта, примерно на 90° от двете светила, а покритието е станало сутринта в тропическия пояс на Земята. Следователно, Луната е била последна четвърт, а Марс – близо до западна квадратура. Разстоянието до Марс в тази конфигурация може да се изчисли по теоремата на Питагор и ще получим 1,15 а.е., а ъгловият му диаметър е $8,1^\circ$.



Както се вижда от рисунката,размерът на областта от която се вижда частичното покритие е равен на произведението от разстоянието на подлунната точка на Земята до Луната и ъгловият диаметър на Марс d (в радиани), видим от Луната (той практически не се различава от този, видим от Земята). Ефектът от проекция върху земната повърхност не изменя тази ширина, т.к. покритието се наблюдава в зенита. Числено, получаваме за ширината на ивицата на частичното покритие около 15км.

3.19. Енергетично е най-изгоден път на изстрелване на космически апарат към друга планета от Слънчевата система без следващи корекции (ако орбитите на Земята и планетата приемем за кръгови) е извеждане на апарата на елиптична орбита, допирателна към орбитите на Земята и тази планета (виж рисунката). Ако планетата е вътрешна, то апаратът започва движението си от афелия на Земята, а ако е външна – от перихелия на своята орбита.



Означаваме с R и V разстоянието Слънце – Земя и скоростта на апарата веднага след извеждане на междупланетна орбита, а с r и v – разстоянието от Слънцето до планетата – цел на експедицията, и скоростта на апарата при приближаване до планетата. Записваме уравнения за законите за съхранение на импулса (II закон на Кеплер) и енергията за тези две точки от орбитата:

$$RV = rv,$$

$$\frac{V^2}{2} - \frac{GM}{R} = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r}.$$

Тук M е масата на Слънцето. Изразяваме v от първото уравнение и заместваме във второто. Получаваме:

$$V^2 = \frac{2GM}{R(R+r)} = V_0^2 \frac{2r}{R+r}.$$

Величината V_0 е орбиталната скорост на Земята, равна на 29,8 км/сек. замествайки значението на r за двете планети, получаваме за $V=27,3$ км/сек за полет към Венера и 32,4 км/сек за полет към Марс. Излиза, че марсианската експедиция изисква малко повече загуба на енергия, отколкото полет на същия апарат към Венера.

- 3.20.** Ако Слънцето е на хоризонта, то то или току-що е изгряло или ако сме в полярните ширини, се движи по хоризонта. Ако Слънцето изгрява, то Луната изгрява след него, вече излизайки от слънчевия диск. ако Слънцето е близо до залез, то Луната, обратно, току-що настъпва слънчевия диск. В двата случая пълното затъмнение, дори и да се случи на Земята, в даденият пункт няма да се наблюдава. И накрая, ако това се случва в полярните ширини, пълното слънчево затъмнение пак няма да настъпи, т.к. на тази ширина ивицата на Луната не може да се мести по диска на Слънцето във вертикална посока.
- 3.21.** Имайки на разположение такъв фотометър, жителите на далечната планета могат да опитат да регистрират падането на блясъка на Слънцето, свързано с преминаването пред неговия диск на най-голямата планета в Слънчевата система – Юпитер. Диаметърът на тази планета е приблизително 9,7 пъти по-малък от слънчевия, и при преминаването яркостта на Слънцето ще намалее примерно на една стотна част. Ако блясъкът на Слънцето на тази планета е 100 пъти по-ярък, отколкото на звезда от 20^m , т.е. е 15^m , то задачата за откриване на планетна система около Слънцето би могла да бъде решена. Отчитайки, че абсолютната звездна величина на Слънцето е малко по-ярка от 5^m , това може да стане на разстояние 1 крс от Слънцето, но уви, само близо до плоскостта на орбитата на Юпитер.
- 3.22.** Центърът на кръговата орбита на спътника се намира в центъра на Земята. Ако в някой пункт на Земята спътникът се окаже в зенита, то противоположната точка от орбитата на спътника попада в надира. Но спътникът редовно преминава през зенита, но никога не достига надира, дори повече –

изобщо не залязва. това може да бъде само когато спътникът се върти синхронно с въртенето на Земята, т.е. периодът на спътника T е равен на едно звездно денонощие (около 23ч.56мин.). Радиусът на тази орбита е:

$$R = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}},$$

което е 42,16 хил.км (тук M е масата на Земята). Размерите на орбитата на спътника са близки до геостационарна орбита, като се различава съществено по наклона на орбитата към екватора. Ще изчислим големината на този наклон, а също и ширината на мястото на наблюдение. Ще решим първо задачата в приближен вид, пренебрегвайки паралактичното отместване на спътника (по този начин считаме размерите на Земята много по-малко от орбитата на спътника).

След едно денонощие спътникът се връща в същата точка на небето. Да предположим, че за това време той веднъж е попаднал в зенита и един път се е спуснал до хоризонта. Когато спътникът е бил в зенита, деклинацията му е била φ , географската ширина на мястото на наблюдение. След 12 часа спътникът е имал деклинация $-\varphi$. Правейки заедно със Земята половин оборот, той отново се е намирал на небесния меридиан и едновременно с това на хоризонта. От тук можем да направим извод, че ширината на точката на наблюдение е била $\pm 45^\circ$. Наклонът на орбитата на спътника към екватора не може да бъде повече от 45° , но не може да бъде и по-малко, т.к. в този случай спътникът би се спуснал под хоризонта,

Възможна е обаче и друга ситуация, при която спътникът ще преминава през зенита два пъти в денонощие и два пъти ще се спуска в противоположни посоки до хоризонта. Такава ситуация се реализира на екватора при наклон на орбитата на спътника към екватора под прав ъгъл. В двата случая спътникът ще се допира до хоризонта на небесния меридиан, в точките север или юг.

Ще коригираме сега получените решения, като отчетем паралактичното отместване на спътника. То не влияе на неговото положение, когато се намира в зенита, но съществено намалява неговата височина в близост до хоризонта. Спътникът ще се окаже под хоризонта, когато неговата височина без отчитане на паралакса бъде:

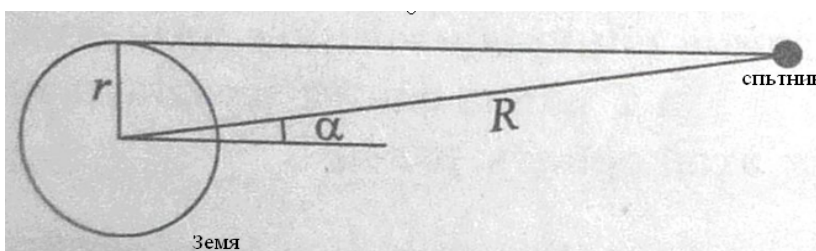
$$\alpha = \arcsin \frac{r}{R} = 8,7^\circ,$$

където r е радиусът на Земята. При това азимутът не се променя и той си остава на небесния меридиан. Затова нашата задача се свежда до решената по-горе, само най-малката височина на спътника не е нула, е равна на ъгъл α . Това условие се удовлетворява на ширина на мястото и наклон на спътника равни на:

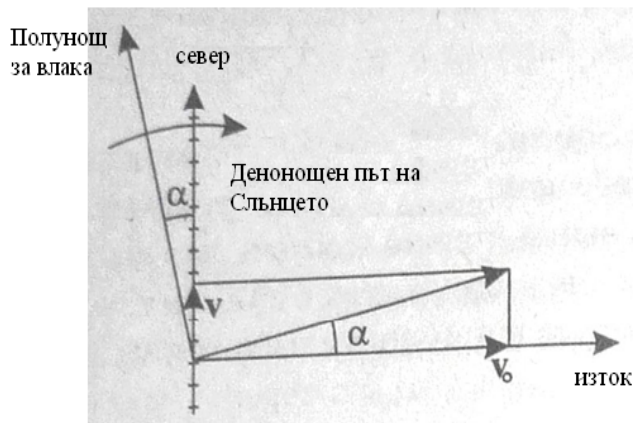
$$i_{1,2} = \pm \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) = \pm 40,65^\circ$$

за случай когато има само едно преминаване през зенита в денонощие. Две преминавания през зенита в денонощие има пак само на екватора, но наклонът на орбитата ще е:

$$i_{3,4} = \pm (90^\circ - \alpha) = \pm 81,3^\circ.$$



3.23. В 00ч.00мин. по местно време както за пътника във влака, така и за неподвижния наблюдател, стоящ на гарата, Слънцето ще е не много дълбоко под хоризонта точно в северна посока. Но за пътника този момент няма да е „истинската слънчева полунощ”, т.к. Слънцето в това време вече се издига нагоре към хоризонта, заради движението на влака. Полунощ за него ще настъпи по-рано, и можем да определим това с нелоша точност, без да използваме сложни тригонометрични изчисления.



Наблюдателят, стоящ на гарата, само ни се струва неподвижен, в действителност той се движи заедно с въртящата се Земя на изток със скорост

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T},$$

равна на 835км/ч. Тук R е радиусът на Земята, T – продължителността на слънчевото денонощие, φ - ширината на мястото на наблюдение. истинската слънчева полунощ за този наблюдател ще настъпи, когато Слънцето се намира точно на север, перпендикулярно на посоката на движение на наблюдателя. Скоростта на пътника във влака е равна на сумата от скоростите на Земята v_0 и на движението на влака v (рисуноката) и е в посока под ъгъл α към паралела

$$\alpha = \arctg\left(\frac{v}{v_0}\right) = 8,2^\circ.$$

В този случай полунощ ще настигне Слънцето не на север, а на $8,2^\circ$ по-наляво. Да отбележим, че пътят на Слънцето през това време минава близо до хоризонта и практически е успореден на него, а за денонощие Слънцето изминава на небесната сфера $360^\circ \cdot \cos \delta = 331,3^\circ$, което за юни е около $+23^\circ$. Разстояние от $8,2^\circ$ юнското Слънце ще измине за 36мин., следователно най-тъмният момент от нощта пътникът във влака ще отбележи в 23ч.24мин. по местно време.

3.24. Струва ни се, че в условието на задачата се крие противоречие: Марс е в противостоене със Слънцето, като се намира при това на еклиптиката, т.е. точно в противоположната на Слънцето точка на небето. Където и да се намираме, изгревът на Слънцето на източния полукръг на хоризонта трябва да стане едновременно със залеза на Марс в западната част на небето. Това противоречие може да се избегне, ако се пренесем в някоя точка на полярните ширини, където Слънцето и Марс ще се намират в точките север и юг, денонощните им движения ще са по хоризонта, а Слънцето и Марс ще го пресичат само заради своето собствено движение по небето спрямо звездите.

Да си припомним, че по време на противостоене Марс се движи сред звездите обратно (ретроградно), срещу движението на Слънцето. На 1май Слънцето има деклинация $+15^\circ$, и тя продължава да се увеличава. Марс, намирайки се в противоположната точка на небето, има деклинация -15° , но тя не се увеличава. Затова, ако сме на 75° ширина в слънчевата полунощ, ние за свое учудване ще видим Слънцето, изгряващо от север, и Марс, изгряващ от юг!

3.25. Приливите, предизвикани от Луната, биха се наблюдавали на Земята при всички случаи, макар тяхната стойност да намалява много бързо с увеличаване разстоянието Земя-Луна. Но , можем да си

представим ситуация, при която големината на приливите, предизвикани на Земята от Луната и Слънцето, са еднакви. И ако при това Луната се окаже в първа или последна четвърт, то слънчевите и лунните приливи биха се компенсирали взаимно. За решаване на задачата трябва да намерим радиуса на орбитата на Луната в този интересен случай.

Приливното ускорение a_τ е равно на разликата от гравитационните ускорения на Луната (или Слънцето) в точката на Земята, най-близка до Луната, и в центъра на Земята:

$$a_\tau = \frac{Gm}{(d-R)^2} - \frac{Gm}{d^2}.$$

Тук m е масата на Луната, d – разстоянието до нея, а R – радиусът на Земята. Отчитайки, че размерите на Земята са много по-малки от разстоянието до Луната, то изразът ще препишем така:

$$a_\tau = \frac{2GmR}{d^3}.$$

Лунните приливи ще са равни по величина на слънчевите, ако се изпълнява съотношението

$$\frac{2GmR}{d^3} = \frac{2GMR}{D^3},$$

където M и D са масата на Слънцето и разстоянието до него, а разстоянието до Луната:

$$d = D \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{1}{3}},$$

което в стойност е 498,2 хил.км. По третия закон на Кеплер получаваме, че звездния период на въртене на Луната около Земята би бил 40,3 денонощия, а синодичния – 45,3 дни. два пъти за този период, в първа и последна четвърт, т.е. веднъж за 22,7 денонощия, няма да се наблюдават приливи и отливи на Земята.

3.26. Мъглявината, излъчвайки светлина, остава прозрачна, защото през нея се виждат далечните обекти. В централната част на мъглявината ние регистрираме излъчване както от предната ѝ част, движеща се по посока към нас, така и отдалечаващите се задни части. Скоростта на разширение на мъглявината е свързана с дължините на вълните на краищата на ивицата H_α със съотношението

$$v = c \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}},$$

от което получаваме значението на скоростта, равно на 1000км/сек. Считайки тази скорост постоянна във времето, получаваме, че за 10000г. радиусът на мъглявината достига $3,16 \cdot 10^{14}$ км или 10кpc. При това видимият ѝ радиус е 1° или 0,017радиана, от което може да се изчисли разстоянието до мъглявината, равно на $r = \left(10 \frac{2}{0,017} \right) = 1145 pc$. Ще изчислим абсолютната звездна величина на горещата звезда, осветяваща мъглявината:

$$M = m + 5 - 5 \lg r = -7,3.$$

Светимостта на тази звезда е 64000 пъти е по-голяма от светимостта на Слънцето. Към спектралния клас О се отнасят от най-горещите звезди, с температурна повърхност около 50000К. Радиусът на звездата се определя от съотношението

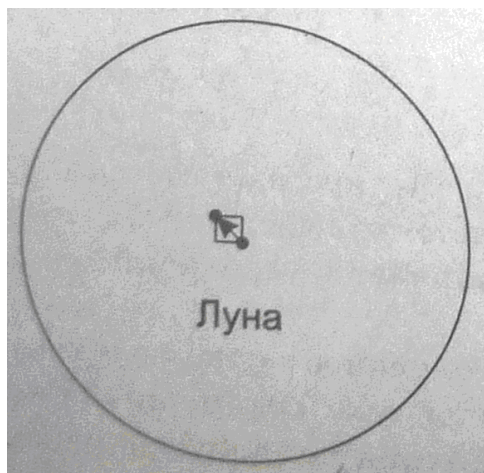
$$\frac{R}{R_0} = \sqrt{\frac{I}{I_0}} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 .$$

Тук R_0 , I_0 и T_0 – са радиусът, светимостта и температурата на повърхността на Слънцето. Замествайки числените стойности, получаваме, че радиусът на звездата е 3,64 слънчеви радиуса или 2,54 млн.км.

3.27. Пълното слънчево затъмнение е станало малко преди преминаването на Земята през перихелия (началото на януари), когато ъгловият диаметър на Слънцето е бил близък до максималния. Но въпреки това затъмнението е било пълно и при това продължително. Това може да се случи само ако Луната в този момент е била близо до точката на перигей на своята орбита.

Освен това, датата на затъмнение практически се е паднала в момента на зимното слънцестоене, когато Слънцето на северния полярен кръг едва се показва над хоризонта. Луната в момента на затъмнение се е намирала близо до един от възлите на своята орбита. Ако това е бил низходящия възел, то в продължение на следващите денонощия деклинацията на Луната не би се увеличавала (дори малко ще се намалява) и отчитайки паралактичното отместване, Луната не би могла да се издигне над хоризонта над Северната полярна окръжност. Следователно, Луната се е намирала във възходящия възел на своята орбита.

В деня на затъмнението, близо до точката перигей и възходящия възел, двете основни либрации на Луната – по дължина и ширина – са били близки до нула, и предавателят е разположен в истинския център на видимото полукълбо на Луната. Но след няколко седмици ситуацията се променя. Ъгловата скорост на въртене по орбитата надвишава ъгловата скорост на въртене около своята ос, и настъпва източна либрация по дължина, а мястото, където е разположен предавателят, се отместило



наляво по диска на Луната. Освен това, след преминаването през възходящия възел, Луната се издига по-високо, над еклиптиката и ще настъпи южна либрация по ширина, пунктът на предавателя ще се издигне нагоре (виж рисунката).

Седмица след затъмнението, преди Нова година, двете либрации достигат максимумът си (около 7). При наблюдение от Земята двете отместване (по дължина и ширина) са $r \cdot \sin T^0 = 1,9^0$ Тук r - е ъгловият радиус на Луната, който в дадения момент е близък до своето средно значение ($15,5^0$). Пълната величина на ъгловото отместване на предавателя е $2,7^0$.

Част 4

Допълнителни задачи

Видимо движение на небесните тела

4.1. Звездното денонощие, равно на периода на въртене на Земята спрямо неподвижните звезди, е малко по-кратко от слънчевото и е равно на 23ч.56мин. Затова дадената звезда за това денонощие ще успее да залезе зад хоризонта и отново да изгрее в 23ч.57мин. по местно време, т.е. ще пресече хоризонта още два пъти (ако, разбира се, за оставащите три минути звезда няма да залезе обратно под хоризонта).

4.2. Ъгловата скорост на годишното движение на Слънцето по еклиптиката е

$$\omega = (360/385.25) = 0,986^0/\text{денонощие}$$

Близо до пролетното равноденствие, когато Слънцето изгрява на Северния полюс тази скорост ще има вертикална компонента, равна на

$$\omega_v = \omega \sin \varepsilon = 0,393^0/\text{денонощие}.$$

Тук ε - ъгъл на наклона на екватора към еклиптиката е равен на $23,5^0$. Отчитайки, че ъгловият диаметър на Слънцето в деня на пролетното равноденствие е $32'$ или $0,53^0$, се получава, че изгревът на Слънцето на Северния полюс ще продължи $1,357$ денонощия, или 1 ден и 8,6 часа.

Луната ще изгрява по-бързо. Нейната ъглова скорост е

$$\Omega = (360/27,320) = 13,177^0/\text{денонощие},$$

и ако пренебрегнем наклона на нейната орбита към еклиптиката, то вертикалната проекция на ъгловата ѝ скорост ще е

$$\Omega_v = \Omega \sin \varepsilon = 5,254^0/\text{денонощие},$$

и при среден ъглов диаметър $31'$ изгревът ще продължи 2,36 часа, което в „полярни мерки“ не е много.

4.3. Гражданският полумрак продължава от залеза на Слънцето до потъването му на дълбочина 6^0 или, обратно, от моментеана потъване на Слънцето на дадената дълбочина до неговия изгрев. Очевидно е, че гражданският полумрак е по-кратък, колкото по-бързо Слънцето изменя своята дълбочина за това време. Зенитното отстояние на Слънцето най-бързо се изменя, когато Слънцето е на изток или на запад. Това време съответства на гражданския полумрак за северното полукълбо преди пролетното равноденствие или след есенното равноденствие.

4.4. Меркурий е в източна елонгация, следователно може да бъде намерен рано вечер веднага след залез Слънце. Очевидно, при фиксирано ъглово разстояние от Слънцето най-лесно е да го намерим там, където той ще се намира над залязлото светило, т.е. на това място, където еклиптиката е перпендикулярна на хоризонта и минава през зенита.

Т.к. явлението е протича вечер, във втората половина на март, то залязващото Слънце се намира близо до точката на пролетното равноденствие, до хоризонта. Тогава в зенита ще е точката на лятното слънцестоене, отстояща от него на 90^0 на изток, т.е. това ще е северният тропик с ширина $\varphi = +23,5^0$. Именно на тази ширина е най-лесно да се види Меркурий.

4.5. Това може да се случи на тези места, където в някой момент по звездно време еклиптиката съвпада с хоризонта. Тогава Слънцето ще се окаже на хоризонта независимо от годишния сезон. И съответно, в зенита в това време трябва да се окаже северния ($\alpha = 18\text{ч.}, \delta = +66,5^0$) или южния ($\alpha = 06\text{ч.}, \delta = -66,5^0$) полюс на еклиптиката. Следователно такава картина може да се наблюдава на Северния полярен кръг при звездно време 18 часа или на Южния полярен кръг при звездно време 6 часа.

4.6. Скоростта на денонощното движение на Земята е в посока запад-изток и е

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T_0}.$$

Тук R е радиус на Земята, T_0 – периодът ѝ на въртене около своята ос. На ширина $\varphi = 60^\circ$ тази скорост е 835 км/ч. Движението на пътника на влака около оста на Земята ще става с 60 км/ч по-бързо, и скоростта му v ще е 895 км/ч, което ще намали продължителността на слънчевото денонощие до

$$T = \frac{2\pi R \cos \varphi}{v}, \text{ т.е. до 22,39 часа.}$$

В деня на пролетното равноденствие светлия ден продължава точно половин слънчево денонощие (ако не отчитаме рефракцията), т.е. за пътника във влака ще бъде 11,195 часа или 11 часа 12 мин.

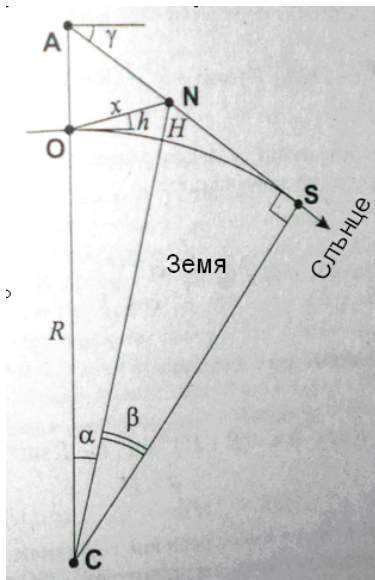
- 4.7. Колкото и да е странно, това може да се случи! Освен това, такава ситуация практически се реализира на една от планетите в Слънчевата система, на Уран – оста му на въртене образува много малък ъгъл с плоскостта на орбитата. Представете си, че сте на екватора на планетата, на която видимият път на централната звезда сред звездите (аналог на еклиптиката) минава през местните полюси. Тогава два пъти в годината, при равноденствия, местното Слънце ще кулминира в зенита, и това ще е най-топлото време във вашата точка на планетата, макар деня да е равен на нощта. А по време на слънцестоене дневното светило ще се намира постоянно на северния или на южния хоризонт. През цялото време ще е светло, но това ще са двата най-студени сезона на годината.

Атмосфера на Земята и планетите

- 4.8. Ако на Земята нямаше атмосфера, в дните на равноденствие, в моментите на двете равноденствия на северния полюс, центърът на диска на Слънцето ще се намира точно на хоризонта. В действителност Слънцето се намира по-високо благодарение на атмосферната рефракция – пречупване лъчите на Слънцето при навлизане в по-плътните слоеве на атмосферата. Големината на рефракцията зависи от атмосферните условия, увеличавайки се с плътността на въздуха, която от своя страна при постоянно атмосферно налягане расте с понижаване на температурата. По време на пролетното равноденствие на северния полюс е по-хладно, и при еднакво налягане, Слънцето ще се вижда малко по-високо, отколкото през есенното равноденствие.
- 4.9. Явлението мъждукане е свързано с нееднородностите на земната атмосфера, през които преминава светлината от небесните обекти. Хаотично движейки се в атмосферата, пречупвайки и поглъщайки светлината по различен начин, в сравнение със съседните области, те /нееднородностите/ предизвикват кратковременно трептене и изменение яркостта на светилата. Ъгловите размери на нееднородностите са малки, но са по-големи от видимите размери на звездите, и ние наблюдаваме тяхното мъждукане. Излъчването на планетите, имащи значителен ъглов размер, преминава през няколко подобни клетки /на нееднородност/ и изкривяванията, получени от всяка от тях, се усреднява и взаимно компенсират. Затова планетите мъждукат значително по-слабо от звездите.

Ако се правят наблюдения с телескоп, обективът на който е значително по-голям от човешкото око, то различните участъци на обектива ще приема излъчване на звездите, преминаващо през различни клетки на атмосферата. Тяхното въздействие също се компенсира, и звездите при наблюдение с телескоп практически не мъждукат. А още по-малко това се отнася за планетите, наблюдавани с телескоп.

- 4.10. Сребристите облаци – това са най-високите облаци на Земята, образуващи се в областта на последния минимум в мезосферата (през летните месеци температурата там пада до -90°C). Ще считаме, че сребристите облаци се виждат винаги, когато се осветяват от Слънцето (в действителност поглъщането в атмосферата внася допълнителни ограничения). На рисунката е изобразена пределна ситуация, когато облаците, намиращи се в т.N, се осветяват от допирателните лъчи на Слънцето.



Наблюдателят се намира в т.О.

От правоъгълния триъгълник ASC се вижда, че дълбочината на потъване на Слънцето под хоризонта γ в точка О е равна на сумата на геометричните ъгли α и β . За триъгълника ONC можем да запишем синусова и косинусова теорема:

$$\frac{h}{\sin \alpha} = \frac{r+H}{\sin(90^\circ+h)} = \frac{R+H}{\cosh},$$

$$x^2 = R^2 + (R+H)^2 - 2R(R+H)\cos \alpha.$$

Тук R е радиус на Земята, H – височина на сребристите облаци, h – ъгловата им височина над хоризонта. Повдигайки на квадрат първото уравнение и заменяйки $\sin^2 \alpha$ с $(1 - \cos^2 \alpha)$, получаваме квадратното уравнение за косинус на ъгъл α :

$$\frac{(R+H)^2}{\cos^2 h} \cos^2 \alpha - 2R(R+H)\cos \alpha + R^2 + (R+H)^2 - \frac{(R+H)^2}{\cos^2 h} = 0.$$

След преобразувания на свободния член на уравнението получаваме израз за дискриминантата:

$$D = 4(R+H)^2 \operatorname{tg}^2 h \left(\frac{(R+H)^2}{\cos^2 h} - R^2 \right).$$

Уравнението има две решения:

$$\alpha = \arccos \frac{R \cos^2 h \pm \sqrt{(R+H)^2 \sin^2 h - R \sin^2 h \cos^2 h}}{R+H}.$$

Физически смисъл има само решението със знак „+“, второто решение съответства на продължението на отсечката NO под хоризонта с последващ изход в атмосферата на Земята. Замествайки числените значения, получаваме, че ъгъл $\alpha = 3,6^\circ$. Њгъл β се изчислява значително по-лесно:

$$\beta = \arccos \frac{R}{R+H} = 9,2^\circ.$$

В заключение - сребристите облаци са видими на дадена височина над хоризонта, докато потъването на Слънцето под хоризонта достигне $12,8^\circ$. На ширината на Москва ($+55,7^\circ$) Слънцето не се спуска по-дълбоко от даденото ниво, ако деклинацията му е по-голяма от $+21,5^\circ$, т.е. от последните дни на май до средата на юли.

4.11. В адиабатна атмосфера отсъства обмен на топлина между различните ѝ части. Така, за един мол газ с обем V уравнението на топлинния баланс ще изглежда по следния начин:

$$P \Delta V = - \frac{i}{2} R \Delta T.$$

Тук P е налягане, T – температура, R – универсалната газова константа, i – брой на механичните степени на свобода на молекулите. Ако газът се издига нагоре, той се разширява и извършва положителна работа, но при това се охлажда, като не предава топлина на околната среда. Затова в адиабатни условия температурата се намалява във височина.

По условие в задачата, атмосферата е суха, и можем да считаме, че се състои от идеален газ. В този случай, изменението на налягането, обема и температурата на един мол газ са свързани със съотношението:

$$\Delta PV + P\Delta V = R\Delta T$$

Изменението на налягането ΔP е свързано с изменението на височината Δh :

$$\Delta P = -\rho g \Delta h$$

Тук ρ е плътност на газа, g – ускорение на свободно падане. Замествайки тази връзка в уравнението на идеалния газ, изразявайки изменението на обема ΔV от адиабатното уравнение, ще получим:

$$\frac{i+2}{2} R\Delta T = -\rho g V \Delta h$$

Произведението от плътността и моларния обем е моларната маса на газа μ . В резултат стигаме до изрази за сух адиабатен градиент на температурата:

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = -\frac{2}{i+2} \frac{\mu g}{R}$$

Височината на сухата адиабатна атмосфера – това е височината, на която температурата на такава атмосфера става нула:

$$H_A = -\frac{T_0}{(\Delta T / \Delta h)} = \frac{i+2}{2} \frac{RT_0}{\mu g}$$

Тук T_0 е температурата на атмосферата на повърхността на планетата.

Ще пресметнем отначало височината на адиабатната атмосфера за Земята. Ускорението на свободно падане на Земята е $9,81 \text{ м/сек}^2$, моларната маса – $0,029 \text{ кг/мол}$. Атмосферата се състои основно от двуатомни молекули, за които $i=5$. Сухият адиабатен градиент на температурата ще бъде $-0,0098 \text{ К/м}$. Температурата на повърхността на Земята е средно 290 К , и височината на адиабатната атмосфера е $29,6 \text{ км}$.

Атмосферите на Венера и Марс са изградени основно от въглероден газ, с моларна маса $0,044 \text{ кг/мол}$, а за i – число близко до 6. Ускорението на свободно падане на повърхността на Венера е $8,87 \text{ м/сек}^2$, а температурата е 700 К . адиабатният градиент се получава $-0,012 \text{ К/м}$, а височината на адиабатната атмосфера – около 60 км . За Марс, при ускорение на свободно падане $3,71 \text{ м/сек}^2$ и температура на повърхността 220 К , получаваме стойност на градиента $-0,005 \text{ К/м}$ и височина на сухата адиабатна атмосфера 45 км .

Разбира се, атмосферите на планетите не са адиабатни. Получените величини фактически са ограничение на височината на тропосферите на планетите, където се наблюдават подобни условия – температурата намалява с височината.

- 4.12.** Поради голямата плътност на атмосферата на Венера там се наблюдава много силен „парников ефект“, пречещ на топлината да отлети от планетата, което е причина за нагряването на повърхността до $400\text{--}500^\circ\text{C}$. При такава огромна температура живот не може да съществува. Но благодарение на точно тази плътна облачна атмосфера на планетата, Венера изглежда толкова ярка на нашето небе. Живот на Венера би бил възможен, ако атмосферата беше по-разредена, а повърхността не беше обвита с такива плътни облаци. Но на нашето небе Венера в такъв случай би била по-слаб обект.

На хладния Марс ситуацията е съвсем обратна. Атмосферата на тази планета е силно разрежена, течна вода на Марс не е намерена. Прозрачността на атмосферата за инфрачервеното излъчване спомага за охлаждането на планетата. В случай на наличие на плътна атмосфера и вода (което се предполага, че някога може и да се случи) на него би бил възможен живот, а блясъкът на Марс на нашето небе би бил значително по-голям.

Движение на Луната, покрития и затъмнения.

- 4.13.** При покриване на далечна звезда от Луната, областта на видимост на това явление (ще го наречем сянка) се движи в пространството със скорост, равна на скоростта на орбиталното движение на Луната, която е минимална, когато Луната достига точката апогей от своята орбита. Големината на скоростта на Луната в апогей можем да получим от формулата, произтичаща от II закон на Кеплер с отчитане малката стойност на ексцентриситета на орбитата:

$$v = \frac{\sqrt{GM} a}{r}$$

Тук M – маса на Земята, a – голяма полуос на орбитата на Луната, r – разстоянието до Земята в апогей. Заместваме числените стойности и получаваме за минималната скорост на Луната: 0,962 км/сек. Но трябва още да отчетем, че Земята също се върти около своята ос с период около 23 часа 56 мин, и точката, намираща се на екватора на Земята, се движи със скорост 0,465 км/сек. Ако тези две скорости се окажат в едно направление, то скоростта на лунната сянка спрямо наблюдателя може да се намали до 0,497 км/сек. Звездата е от нас много по-далеч, отколкото Луната, и изглежда точка, диаметърът на сянката е равен на диаметъра на Луната (3476 км). Следователно, максималната продължителност на покриване на звезда от Луната е около 1 час 56,5 мин.

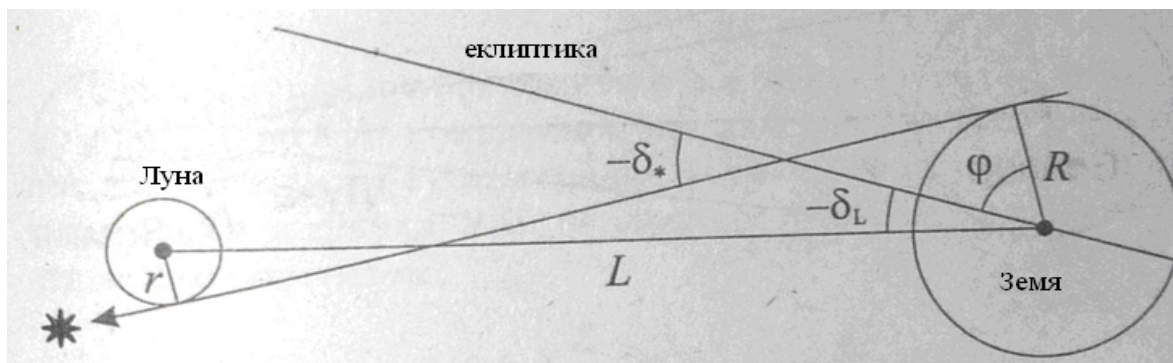
- 4.14.** Моментът на покриване на звезда с минимална деклинация от Луната е изобразен на рисунката. Като отчетем неголемите размери на Земята и Луната в сравнение с разстоянието между тях, деклинацията ще е :

$$\delta_i = \delta_L - \frac{R+r}{L}$$

Тук R и r са радиуси на Земята и Луната (за Земята е по-правилно да вземем полярния радиус), а L – разстоянието между тях. За да бъде деклинацията на звездата минимална, деклинацията на Луната и разстоянието Земя – Луна също трябва да достигнат своя минимум. Минималното геоцентрично склонение на Луната е:

$$(\delta_L)_{\min} = -\varepsilon - i = -28,6^\circ$$

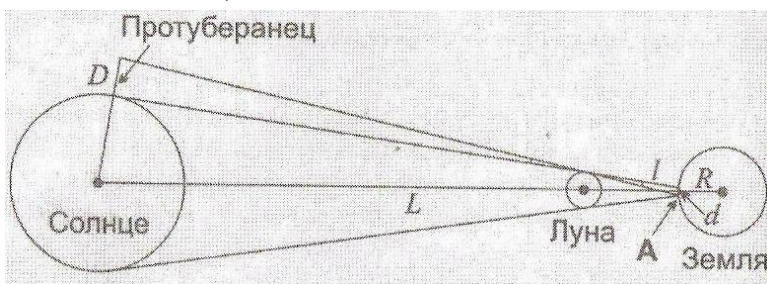
и се получава веднъж на 18,6 год. (ε и i са ъгли на наклона на екватора на Земята и лунната орбита към еклиптиката). Минималното разстояние на Луната и Земята е 356 хил.км. В заключение – минималната деклинация на звездата трябва да е $-29,9^\circ$.



както се вижда на рисунката, по време на покриването звездата ще се намира на южния хоризонт и ще закачи долния край на Луната. Следователно, това ще се случва в северното полукълбо на ширина $60,1^{\circ}$. Но, ако отчетем рефракцията, възлизаща на $0,6^{\circ}$, покриването ще се вижда от ширина $60,7^{\circ}$.

- 4.15. В условието на задачата е казано, че пълното слънчево затъмнение се наблюдава близо до зенита. В този случай можем да смятаме, че центърът на Слънцето, Земята и Луната се намират на една линия, а ширината на ивицата на пълната фаза е равна на диаметъра на петното на лунната сянка, бягаща по повърхността на Земята. Ще го означим с d . Разстоянието от центъра на Земята до Слънцето и Луната чрез L и l съответно, а радиусът на Земята - чрез R . От рисунката се вижда, че протуберансът ще се вижда от цялата област на сянката, ако се вижда от най-отдалечената нейна точка A . От равенството на вертикалните ъгли, отбелязани на рисунката, получаваме, че размерът на протуберанса трябва да е не по-малък от величината D , за която

$$\frac{D}{L-l} = \frac{d}{l-R}$$



Замествайки с числените стойности, получаваме размерът на протуберанса, равен на 59200 км, което е почти 5 пъти повече от диаметъра на Земята! Въпреки това слънчевите протуберанси често се наблюдават в продължение на пълната фаза на слънчевото затъмнение, което показва огромните размери на тези образувания.

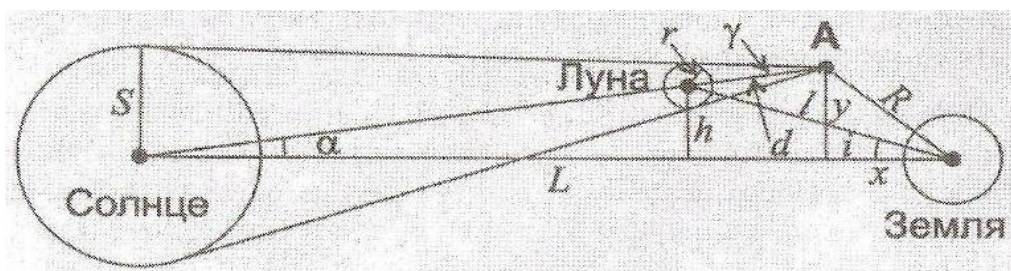
- 4.16. На самата повърхност на Земята, пълните слънчеви затъмнения не се наблюдават при всяко новолуние по две причини. Първо, заради наклона на орбитата на Луната към еклиптиката лунната сянка по-често преминава по-високо или по-ниско от Земята и второ – дори когато централното затъмнение настъпи, то може да бъде пръстенообразно, и сянката на Луната не достига до повърхността на Земята. Ще разгледаме най-малко благоприятно за затъмнение новолуние (виж рисунката). Луната се намира на максимално разстояние от Земята и от плоскостта на еклиптиката, а системата Земя-Луна се намира на минимално разстояние от Слънцето, затова дължината на сянката също е минимална.

Точка a ще е на разстояние y от плоскостта на еклиптиката:

$$y = (L - l + d) \alpha = \frac{(L - l) S \alpha}{S - r} = \frac{l S i}{S - r} ,$$

и нейната проекция на плоскостта на еклиптиката ще е на разстояние x от центъра на Земята:

$$x = l - d = \frac{S l - r L}{S - r} .$$



Ъгълът на наклона на лунната орбита към плоскостта на еклиптиката не е голям i , затова затова разстоянието на Луната до плоскостта на еклиптиката h с добра точност е равно на $i \cdot l$, където l е

разстоянието на Луната до Земята, а величината i е изразена в радиани. Ъгълът на наклона на оста на лунната сянка към плоскостта на еклиптиката е равен на:

$$\alpha = \frac{h}{L-l} = \frac{il}{L-l}$$

Тук L е разстоянието от Земята до Слънцето. Означавайки радиусите на Слънцето и Луната – с S и r , записваме изразът за ъгъла на разтвора на конусната сянка:

$$\gamma = \frac{S-r}{L-l}$$

Дължината на лунната сянка от центъра на Луната до точка A е равна на:

$$d = \frac{r}{\gamma} = \frac{r(L-l)}{S-r}$$

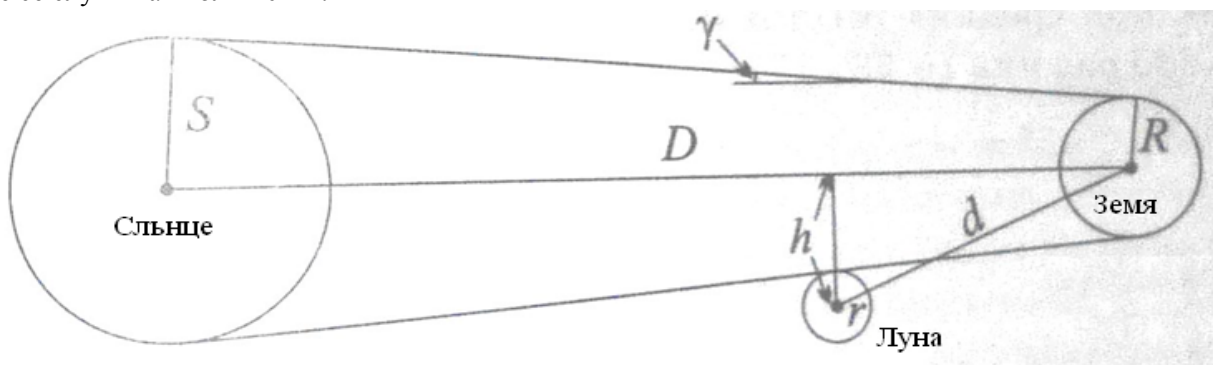
В тази формула е отчетено малкото значение на ъгъл α . Замествайки значението на L , равно на 147,1 млн. км и l равно на 406700 км, получаваме много близки значения за x и y : 38,94 и 36,65 хил. км съответно. Търсеният радиус на сферата R , от която дори при това новолуние ще можем да видим пълно слънчево затъмнение е:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

и е 53,47 хил. км, което е повече от 8 пъти радиуса на Земята.

4.17. Пълно слънчево затъмнение с възможно най-голяма продължителност (до 7,5 мин), може да се наблюдава, когато Земята се намира в афелий, и ъгловият диаметър на Слънцето е минимален, т.е. през първата половина на юли. Продължителността на пълната фаза е толкова по-голяма, колкото по-близо се намираме до Луната, т.е. колкото по-високо е тя над хоризонта. В началото на юли деклинацията на Слънцето е $22-23^\circ$, и именно на тези ширини в северното полукълбо Слънцето и Луната по време на затъмнение могат да се окажат в зенита. От друга страна, продължителността на пълната фаза се увеличава към екватора, където е по-голяма скоростта на наблюдателя за сметка на въртенето на Земята, в същата посока, каквато е скоростта на лунната сянка, и частично компенсираща тази скорост. Наслаждането на двата фактора води до това, че най-продължителните пълни слънчеви затъмнения се наблюдават например по средата между екватора и северния тропик (по-точно на ширина $9^\circ-10^\circ$) и се виждат на височина около $76^\circ-78^\circ$ над северния хоризонт.

4.18. За решаването на задачата може първо да определим на какво ъглово разстояние от възела на лунната орбита може да се случи частично слънчево затъмнение. Разглеждаме гранична ситуация, когато полусянката на Луната допира Земята (виж рисунката). Тази ситуация е близка до тази, която ще се случи на 1 юли 2011 г.



Нека да означим с S , R и r радиусите на Слънцето, Земята и Луната (за Земята трябва да вземем полярния радиус), а чрез D и d – разстоянията от Земята до Слънцето и Луната. Ъгълът при върха на конуса, допиращ Слънцето и Земята ще е:

$$\gamma = \frac{S - R}{D},$$

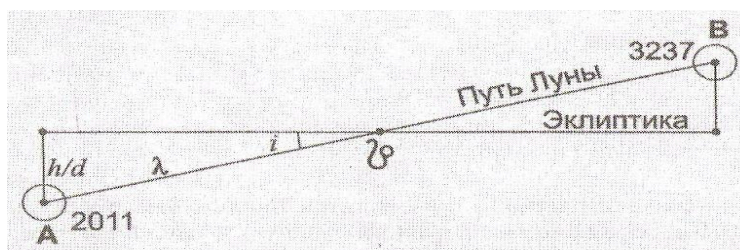
а разстоянието от центъра на Луната до плоскостта на еклиптиката

$$h = r + R + d\gamma = \frac{rD + Sd + r(D - d)}{D}$$

Тук отчетохме, че размерите на Луната и Слънцето са значително по-малки от разстоянията до тях. Лунната орбита е наклонена към плоскостта на еклиптиката на ъгъл i , равен на $5,15''$. Разстоянието на Луната до възела на орбитата в дадения случай е равно на

$$\lambda = \frac{h}{d \cdot \sin i} = \frac{rD + Sd + R(D - d)}{Dd \cdot \sin i},$$

което при средните разстояния до Слънцето и Луната е $0,286$ rad или $16,38''$.



Саросът, равен по определение на 223 синодични периода на въртене на Луната, е около 6585,321 денонощия (18 год.10 дни) или 241,00867 драконични периода на въртене на Луната. Получава се, че за периода на сароса Луната няма да успее да завърши 242-ия оборот спрямо възлите на своята орбита, за това е необходимо тя да измине по орбитата още $\Delta\lambda = 0,478^0$. От това следва, че първото затъмнение на новата серия трябва да се случи след преминаване на Луната през възела. Т.к. затъмнението на 1 юли 2011 год. ще се вижда в южното полукълбо на Земята, Луната ще се намира южно от плоскостта на еклиптиката, достигайки за денонощие и нещо до този низходящ възел на орбитата (положение А на рисунката),

Всяко следващо затъмнение ще е все по-близо до точката на възела, и фазата на затъмнението ще се увеличава. След някакво време затъмненията ще са вече преди преминаването на възела, ще се виждат по-добре в северното полукълбо, а тяхната фаза ще започне да намалява. Накрая, последното затъмнение от серията ще настъпи близо до положение В, неговата фаза, видима от северните полярни ширини, ще е много малка. За да определим, през колко сароса това ще се случи, разделяме удвоеният ъгъл λ (ъгловото разстояние между точките А и В) на $\Delta\lambda$ и от полученото число, ще вземем цялата част, равна на 68.

Умножавайки продължителността на сароса на 68, получаваме средното време на действие на последователността от затъмнения – 1226,03 календарни години. Действително, серията, започваща на 1 юли 2011 год, ще завърши с частичното слънчево затъмнение на 14 юли 3237 год, 69-ия по брой в дадената серия, видими в Русия в Магаданската област и на Чукотския полуостров. Общо казано, числото слънчеви затъмнения в една серия може да се различава от 69, ако разстоянията до Слънцето и Луната по време на тези затъмнения се различават съществено от средните стойности.

4.19. Земята се върти около своята ос сега с ъглова скорост Ω , значително надвишаваща ъгловата скорост на въртене на Луната около Земята и около своята ос ω . За сметка на приливното триене земята постепенно отдава момент на въртене на Луната, и радиусът на орбитата на нашия спътник бавно се увеличава. Ще разгледаме случай, при който ъгловите скорости на всички тези три процеса (въртене на Земята и Луната около своите оси и на Луната около Земята) са сравними, и ще означим тази величина с ψ . Ние не отчитаме въртенето на Земята около центъра на масите Земя-Луна, т.к. този момент на въртене не е голям и има постоянен дял (1/81) в момента на въртене на Луната около Земята.

Записваме уравнението за запазване на момента на импулса на системата Земя-Луна:

$$\frac{2}{5}MR^2\Omega + \frac{2}{5}mr^2\omega + ml^2\omega = \left(\frac{2}{5}MR^2 + \frac{2}{5}mr^2 + md^2\right)\psi.$$

Тук M и R са маса и радиус на Земята, m и r – маса и радиус на Луната, l и d – радиуси на лунната орбита към днешно време и в епохата на синхронно въртене. Тези две величини са свързани една с

друга по III закон на Кеплер:
$$\frac{d^3}{l^3} = \frac{\omega^2}{\psi^2}.$$

Изразявайки d чрез l и замествайки го в уравнението за съхранение момента на импулса, получаваме:

$$\frac{2}{5}MR^2\Omega + \frac{2}{5}mr^2\omega + ml^2\omega = \frac{2}{5}(MR^2 + mr^2)\psi + ml^2\omega^{4/3}\psi^{-1/3}$$

Получихме уравнение от 4-та степен относно $\psi^{1/3}$. Но то може съществено да се опрости, ако приемем, че целият момент на импулса на системата Земя-Луна сега се съдържа във въртенето на Земята около нейната ос и въртенето на Луната около Земята, а в епохата на синхронно въртене – само в орбиталното въртене на Луната. Дялът на осевото въртене на Луната сега и на двете тела в бъдеще е много малък. В този случай уравнението приема вида:

$$\frac{2}{5}MR^2\Omega + ml^2\omega = ml^2\omega^{4/3}\psi^{-1/3}.$$

От това уравнение може да получим ъгловата скорост на синхронното въртене:

$$\psi = \frac{m^3l^6\omega^4}{\left(\frac{2}{5}MR^2\Omega + ml^2\omega\right)^3}.$$

Величината ψ се оказва равна на $0,5186\omega$, т.е. орбиталният период на Луната (а също и продължителността на звездното денонощие на Земята) ще бъде 52,68 днешни денонощия. Радиусът на орбитата на Луната ще се окаже

$$d = \frac{\left(\frac{2}{5}MR^2\Omega + ml^2\omega\right)^2}{m^2l^3\omega^2} \approx 595000 \text{ km}$$

Получените значения са много близки към точното решение на записаното по-горе уравнение от 4-та степен (52,08 денонощия и 589000 км), което оправдава нашите предположения. Но в действителност Земята и Луната не са еднородни кълба, техният инерционен момент е малко по-

малък, отколкото предположихме ние. Реалният период на синхронно въртене на системата Земя-Луна е около 47 денонощия, а радиусът на орбитата на Луната – примерно 550000км.

Движение на изкуствени спътници и космически апарати

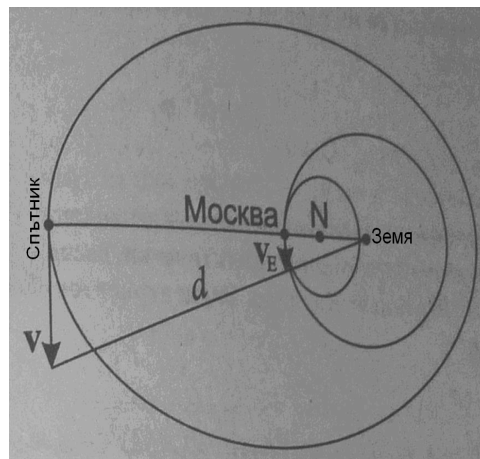
4.20. Както е известно, изкуствен спътник на Земята може да се намира постоянно в зенита на екватора, ако този спътник е геостационарен. За да може да бъде в зенита на Московското небе, наклонът на неговата орбита към плоскостта на екватора трябва да е не по-малък от ширината на Москва φ ($+55,7^\circ$), а най-добре е точно толкова да бъде. В този случай деклинацията на спътника ще е близка до дадената величина продължително време. За да се окаже спътникът след всеки свой оборот отново в зенита в Москва, то неговият период T трябва да е кратен на звездното денонощие (23ч.56мин.). Спътникът ще е максималното време близо до зенита когато има равенство между T и звездното денонощие. По обобщения III закон на Кеплер голямата полуос на орбитата на спътника ще бъде:

$$a = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3},$$

Което фактически е радиусът на геостационарната орбита – 42,16 хил.км. Но вариантът с кръгова орбита, отличаваща се от геостационарната само по своя наклон, не е оптималният. За да може спътник определено време да остава в зенита на Москва е необходимо в този момент неговата ъглова скорост да е сравнима с геоцентричната ъглова скорост на московските наблюдатели на въртящата се Земя (виж рисунката). Дадената ъглова скорост е:

$$\omega = \frac{v_E}{R} = \frac{2\pi \cos \varphi}{T},$$

което се различава от ъгловата скорост на въртене на геостационарния спътник по множителя $\cos \varphi$. Затова, за да е изпълнимо условието на задачата, спътникът трябва да е изведен на елиптична орбита с голяма полуос a и наклон φ , точката апогей на която би се намирала над московския паралел.



Сега ще намерим ексцентриситета на орбитата e . В точката апогей спътникът се намира на разстояние d от центъра на Земята:

$$d = a(1+e).$$

От II закон на Кеплер и закона на съхранение на енергията може да се получи формула за скоростта на спътника в апогей:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}} \frac{1-e}{1+e}.$$

Скоростта в апогей е насочена перпендикулярно на радиус – вектор. Ъгловата скорост на спътника

ще е:

$$\omega = \frac{v}{d} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \frac{1-e}{(1+e)^3}.$$

Приравняваме я към ъгловата скорост на наблюдателите в Москва и получаваме:

$$\frac{1-e}{(1+e)^3} = \cos^2 \phi .$$

Полученото кубично уравнение може да се реши с числен подбор, а може и аналитично, използвайки формулите на Тартал – Кардано. Ексцентриситетът на орбитата на спътника ще е:

$$e = \sqrt[3]{A^2 + (A/3)^3} + A - \sqrt[3]{A^2 + (A/3)^3} - A - 1 = 0,301 ,$$

където е направено полагането:
$$A = \frac{1}{\cos^2 \varphi} .$$

Разстоянието на спътника до центъра на Земята в афелий е 54,85 *хил.км*, а до Москва, когато е в зенита – 48,48 *хил.км*.

- 4.21.** Втора космическа скорост, необходима за да може да се преодолее на разстояние R , равно на 1 *а.е.*, силата на притегляне на Слънцето с маса M и да отлети зад пределите на Слънчевата система е:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 42,1 \text{ км/сек}$$

Но самата Земя се движи по орбитата си със скорост:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 29,8 \text{ км/сек}$$

и при изстрелване на апарат в посока движение на Земята, неговата скорост спрямо Земята може да бъде:

$$u = v - v_0 = (\sqrt{2} - 1) \sqrt{\frac{GM}{R}} , \text{ т.е. } 12,3 \text{ км/сек}$$

Но това е скоростта, която трябва да има след като е преодоляно земното притегляне. За да определим стартовата скорост, ще се възползваме от закона за запазване на енергията:

$$v_3 = \sqrt{u^2 + \frac{2Gm}{r}} = \sqrt{\frac{(3 - 2\sqrt{2})GM}{R} + \frac{2Gm}{r}} .$$

В резултат, третата космическа скорост на Земята е 16,7 *км/сек* (тук m и r са масата и радиуса на Земята).

- 4.22.** Ще означим радиусите на орбитите на Земята и Марс с r и R , а техните периоди на въртене около Слънцето – t и T . Пътят на апарата от Земята към Марс е половината от елипсата, допираща се до орбитите на двете планети. Голямата полуос на елипсата е:

$$a = \frac{r + R}{2} .$$

По III закон на Кеплер, времето за прелитане от Земята към Марс, равно на половината орбитален период по дадената орбита, равно на:

$$\tau = \frac{T}{2} \sqrt{\left(\frac{r + R}{2R}\right)^3} ,$$

което възлиза на 0,709 год. За това време Марс ще се отмества по своята орбита на ъгъл

$$\gamma = 2\pi \frac{\tau}{T} = \pi \sqrt{\left(\frac{r+R}{2R}\right)^3},$$

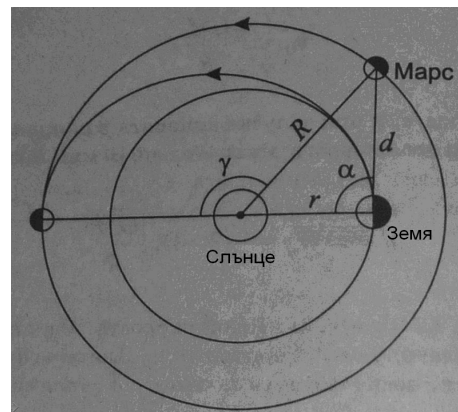
което в градусна мярка е $135,7^\circ$. Този ъгъл е допълнителен на ъгъла между радиус-векторите на Земята и Марс в момента на изстрелване на апарата. От косинусовата теорема намираме разстоянието между Земята и Марс в този момент:

$$d = \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \cos \gamma} = 1,068 \text{ a.e.}$$

Означаваме ъгловото разстояние на Марс до Слънцето отчетено на Земята чрез α . Отново прилагаме теоремата на косинусите към този триъгълник, като получаваме за ъгъл α :

$$\alpha = \arccos \frac{r^2 + d^2 - R^2}{2rd} = 94,9^\circ.$$

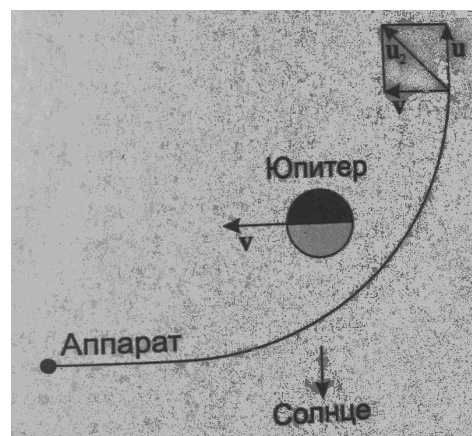
В момента на изстрелване Марс се намира западно от Слънцето и вече е преминал точката на западна квадратура.



4.23. На рисунката е показана траекторията на космическия апарат в близост до Юпитер.

Стойността на скоростта на апарата спрямо Юпитер преди и след сближаването с него по закона за запазване на енергията, тя е еднаква, като се изменя само посоката ѝ. При това скоростта спрямо Слънцето се изменя, в което е същността на гравитационната маневра. Означаваме орбиталната скорост на Юпитер с v , а скоростта на апарата спрямо Юпитер преди и след маневрата с u . След маневрата тези скорости са перпендикулярни една на друга, затова скоростта на апарата спрямо Слънцето ще бъде

$$u_2 = \sqrt{v^2 + u^2}.$$



В това време тя ще е равна на втора космическа скорост на даденото разстояние от Слънцето, т.е. $v\sqrt{2}$, т.к. можем да смятаме орбитата на Юпитер за кръгова. Следователно, u и v са равни. преди маневрата апаратът приближава Юпитер в посока противоположна на орбиталното му движение, и неговата скорост спрямо Слънцето е била:

$$u_1 = u - v = 0$$

Получава се, че апаратът е бил неподвижен спрямо Слънцето и напълно възможно би било впоследствие да падне върху него, ако не е там Юпитер да изхвърли с гравитационното си въздействие апарата извън Слънчевата система!

подобна маневра в близост до Юпитер е възможна благодарение на това, че скоростта на апарата, равна на орбиталната скорост на планетата v и възлизаща на 13,1 км/сек, е значително по-малка от втора космическа скорост на повърхността на планетата (59,5 км/сек). при правилен избор на траектория може да се постигне желаното изменение на посоката на скоростта. На земята втора космическа скорост е почти три пъти по-малка от орбиталната и нейното гравитационно поле не

може да повлияе толкова силно на траекторията на апарата, колкото и близо да бъде до нейната повърхност.

Конфигурации и видимост на планетите

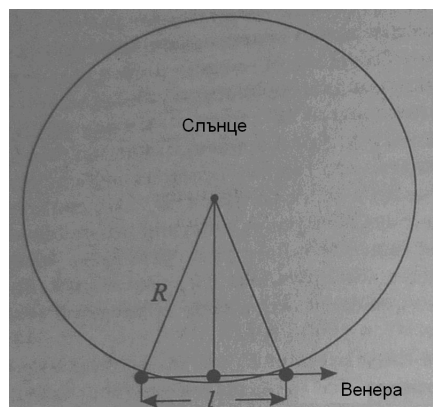
- 4.24.** Максималното ъглово разстояние на Меркурий до Слънцето е 28° . Затова ако Слънцето се намира на дълбочина по-малка от 6° под хоризонта, то Меркурий не може да е на небето по-високо от 22° (даденото значение се достига, ако линията Слънце – Меркурий е перпендикулярна на хоризонта). Необходимо е да отбележим, че ъгловото разстояние на Меркурий до Слънцето може да достигне 28° само по време на най-голяма източна елонгация близо до есенното равноденствие и при най-голяма западна елонгация – в близост до пролетното равноденствие. В двата случая Меркурий се намира над Слънцето в района на Южния тропик, където в това време еклиптиката е перпендикулярна на хоризонта.

Но Меркурий може да бъде намерен и много по-високо (в предела-в зенита) по време на пълно слънчево затъмнение.

- 4.25.** Ако пренебрегнем наклона на орбитата на Венера към еклиптиката (което можем в повечето случаи да правим за всички конфигурации на тази планета, с изключение на долно съединение), то в деня на най-голяма източна елонгация Венера трябва да е на еклиптиката на 47° от Слънцето, т.е. изпреварвайки във видимото движение с половин месец. Получава се, че Венера ще се окаже близо до точката на лятното слънцестоене, и нейната долна кулминация в точка север ще е на северния полярен кръг (ширина $66,5^{\circ}$). Звездното време в този момент ще е 18 часа, и еклиптиката ще съвпадне с хоризонта. Слънцето, намиращо се на еклиптиката, надясно на 47° от Венера (при наблюдение от северното полукълбо), ще изгрява над хоризонта от северо-изток.

- 4.26.** Най-продължително частично преминаване на Венера по диска на Слънцето ще се наблюдава в случай на допирание на дисковете на планетата и на дневното светило, така, както е показано на рисунката

ако означим видимите радиуси на Слънцето и Венера с R и r , то ъгловият размер на пътя, който Венера ще измине по диска на Слънцето, ще бъде:



$$l = 2\sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} = 4\sqrt{Rr}.$$

За средните значения на ъгловите размери на диаметрите на Слънцето и Венера този път възлиза на $0,189^{\circ}$. За решаването на задачата е необходимо да се знае ъгловата скорост на движение на Венера и Слънцето. Тази скорост е сума от ъгловите скорости на движение на Венера и Слънцето по небето, които по време на преминаването са в противоположни посоки. Њгловата скорост на Слънцето е:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$

Тук T е период на въртене на Земята по орбита. Њгловата скорост на Венера спрямо Земята има отрицателен знак (Венера се движи ретроградно) и е

$$\omega_V = -\frac{v_V - v_E}{d_E - d_V}.$$

Тук v_V и v_E са пространствените скорости на Венера и земята, а d_V и d_E – техните разстояния до Слънцето. По III закон на Кеплер:

$$\frac{v_V^2}{v_E^2} = \frac{d_E}{d_V}.$$

Означавайки отношението d_V/d_E с a (това е радиусът на орбитата на Венера в астрономически единици), се получава

$$\omega_r = -\frac{2\pi}{T} \frac{\sqrt{1/a} - 1}{1 - a}.$$

В заключение за ъгловата скорост на Венера спрямо Слънцето получаваме:

$$\omega = \omega_V - \omega_0 = -\frac{2\pi}{T} \frac{\sqrt{1/a} - a}{1 - a}.$$

По модул това отговаря на $1,612^\circ/\text{денонощие}$. Излиза, че максималната продължителност на частичната фаза на преминаване на Венера пред диска на Слънцето е $0,117$ денонощия или $2,81$ часа.

4.27. Близко до противостоене (когато скоростта ѝ и скоростта на Земята са почти в едно направление), външна планета започва да се движи сред звездите в обратна посока, от изток на запад, за сметка на това, че скоростта ѝ по модул е по-малка от скоростта на Земята. Но, ако орбитата на Марс беше по-изтеглена, отколкото е в действителност, то орбиталната му скорост в перихелий би могла да стане по-голяма от орбиталната скорост на Земята. И ако в този момент планетата Марс се окаже в противостоене (разбира се велико), то не би описвала примка сред звездите, а би продължила да се движи в права посока.

Нека a е голямата полуос на Марс, а e – неговия ексцентриситет. Тогава перихелийното и афелийно разстояние на Марс ще е:

$$R_P = a(1 - e); \quad R_A = a(1 + e),$$

и за тези две точки от орбитата можем да запишем закон за запазване на момента на импулса и енергията:

$$R_A v_A = R_P v_P;$$

$$\frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{R_A} = \frac{v_P^2}{2} - \frac{GM}{R_P}.$$

Тук v_P и v_A са перихелийна и афелийна скорост на Марс, насочени по допирателна към неговата орбита. Решавайки уравненията, можем да получим за скоростите на Марс в перихелий и прибавяйки я към орбиталната скорост на Земята, приемайки орбитата ѝ за кръгова:

$$v_P^2 = \frac{GM}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e} = \frac{GM}{a_0}.$$

Тук a_0 е радиус на земната орбита. От последното уравнение получаваме ексцентриситета на орбитата на Марс:

$$e = \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0,207.$$

При такова и при по-голямо значение на ексцентриситета Марс не би описвал примка сред звездите на земното небе по време на велики противостоения. Не е трудно да се пресметне, че в това време Марс би се намирал на разстояние до Земята:

$$d = a_0 \frac{a - a_0}{a + a_0} = 0,207 a . e .$$

Знаейки, че по време на велики противостоения Марс може да се приближи до Земята на разстояние d_0 , равно на $-0,372 a . e .$ и неговият блясък при това достига $-2,9^m$, ще определим блясъка на Марс на нашето хипотетично противостоене, отново считайки за простота земната орбита за кръгова:

$$m = -2,9 + 5 \lg \frac{d(d + a_0)}{d_0(d_0 + a_0)} = -4,5^m .$$

Излиза, че ярко-червеният Марс на земното небе в това време отстъпва по яркост само на Слънцето и Луната, а Венера може да надвишава неговия блясък, само когато се намира до точката на своята максимална яркост. Това би било наистина велико противостоене!

Спътници на планетите в Слънчевата система

4.28. За да оценим влиянието на слънчевото смущение върху движението на спътника трябва да сравним силата на привличане на планетата, действаща на спътника, не с привличането на Слънцето, както ни се струва на пръв поглед, а с разликата на силите на привличане на Слънцето в най-близкото и най-отдалеченото от Слънцето положение на спътника. Означаваме масата на Слънцето и планетата с M и m , разстоянието от Слънцето до планетата с R , а от планетата до спътника – r . Ускорението на силата на привличане, действащо на спътника ще е равно на:

$$g_1 = \frac{Gm}{r^2} .$$

Разликата в ускоренията на привличане от слънцето в най-близката и най-отдалечената от Слънцето точки ще е:

$$g_2 = \frac{GM}{(R-r)^2} - \frac{GM}{(R+r)^2} .$$

Тъй като разстоянието R е много по-голямо от r , последната формула можем да запишем така:

$$g_2 = \frac{4GMr}{R^3} .$$

В резултат безразмерната величина на слънчевото смущение е равна на:

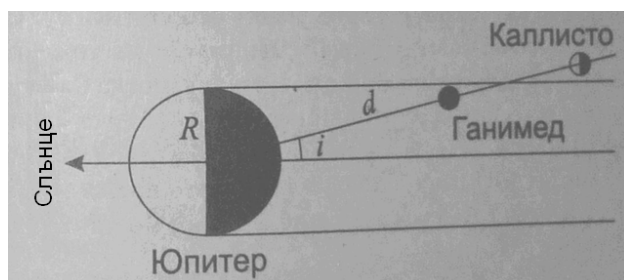
$$D = \frac{g_2}{g_1} = \frac{4Mr^3}{mR^3} .$$

На спътника на Земята Луната и спътника на Юпитер Йо радиусите на орбитите са близки по стойност (384,4 и 421,8 *хил.км*), но Юпитер е 317,94 пъти по-тежък от Земята и 5.2028 пъти по-далеч от Слънцето. В резултат, влиянието на слънчевото смущение на Йо е почти 34000 пъти по-малко, отколкото на движението на Луната.

- 4.29.** Ще определим минималния ъгъл на наклона на плоскостта на орбитата на спътника на Юпитер към плоскостта на орбитата на самия Юпитер, при който спътникът може да премине сянката на планетата, минавайки зад нея (виж рисунката).

Този ъгъл е:
$$i = \arcsin \frac{R}{d} .$$

Тук R е полярният радиус на Юпитер (равен на 66770 км), а d – радиусът на орбитата на спътника (ние пренебрегваме размерите на спътника в сравнение с размерите на Юпитер).



известно е, че наклонът на орбитата на спътниците е по-малък от даденото гранично значение за Ганимед, но е повече от граничното значение за Калисто. Замествайки във формулите радиусите на Ганимед (1070400 км) и Калисто (1882800 км), получаваме, че наклонът на орбитата на спътника е по-голям от $2,0^{\circ}$ и по-малък от $3,6^{\circ}$. В действителност този ъгъл е около 3° .

- 4.30.** Даденото полукуълбо на Титан се осветява от две тела – Слънцето и Сатурн, при това Сатурн през цялото време се намира в една и съща област на небето. Тази планета се намира 9,54 пъти по-далеч от Слънцето, отколкото Земята и звездната величина на Слънцето в околностите на Сатурн е:

$$m_1 = -26,78 + 5 \lg 9,54 = -21,88 .$$

В средно противостоене при средно разкритие на пръстените, намирайки се на 8,54 а.е. от Земята и имайки пълна фаза, Сатурн изглежда като звезда от $0,4^m$. От Титан, намиращ се на разстояние 1221850 км или 0,0082 а.е., планетата във вид на пълен диск с пръстен ще има блясък:

$$m_2 = 0,4 + 5 \lg (0,0082 / 8,54) = -14,7 .$$

Такъв е блясъкът на Сатурн, през нощта, когато Слънцето се намира под хоризонта. Ъгловият диаметър на Сатурн е $5,7^{\circ}$, но нощта все пак ще е 750 пъти по-тъмна от деня (нощта и денят на Титан продължават половината от времето за един оборот около Сатурн, т.е. почти по 8 земни дни). Но най-тъмно е на Титан в средата на деня в период, когато Сатурн се оказва на линията на пресичане на плоскостите на орбитите на спътниците и своята орбита – това се случва два пъти за времето на обикаляне на Сатурн около Слънцето (около 30 год.). През това време на Титан ще има пълно слънчево затъмнение, което може да продължи до 6 часа!

Малките тела в Слънчевата система

- 4.31.** Система от два астероида се разпада, ако разликата от силите на привличане на Слънцето, действащи на първия и втория астероид стане сравнима с взаимната сила на привличане на астероидите. Математически това условие се записва така:

$$\frac{Gm^2}{d^2} = \frac{GMm}{\left(D - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{GMm}{\left(D + \frac{d}{2}\right)^2} .$$

Тук M и m са масите на Слънцето и единия астероид, а D и d – разстоянието от системата на астероидите до Слънцето и разстоянието между самите астероиди. Тъй като величината D е много по-голяма от d , можем да запишем условието така:

$$\frac{Gm^2}{d^2} = \frac{2GMmd}{D}.$$

От това следва израз за пределното разстояние между астероидите d :

$$d = D \left(\frac{m}{2M} \right)^{1/3} = DR \left(\frac{2\pi\rho}{3M} \right)^{1/3}.$$

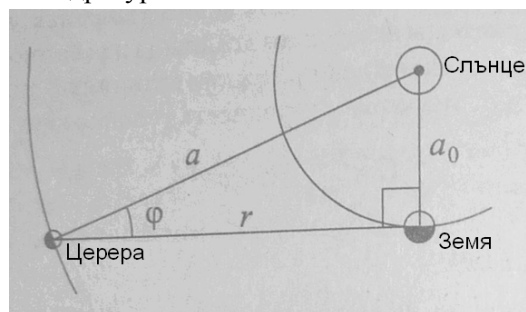
Тук ρ и R са плътност и радиус на всеки астероид. Замествайки числените стойности, получаваме големината на пределното разстояние между астероидите 240000 км. Ъгловото разстояние между астероидите в противостояне на разстояние 1,5 а.е. ще е $3,7''$, и те ще се виждат лесно с какъвто е телескоп, дори и с невъоръжено око, ако позволява тяхната яркост. Но трябва да отбележим, че нашата оценка е твърде завишена, и взаимните разстояния в съществуващите двойки астероиди е много по-малки.

4.32. Ще определим разстоянието до Церера r в момент на нейна квадратура. То е:

$$r = \sqrt{a^2 - a_0^2} = 2,58 \text{ а.е.}$$

Тук a и a_0 са радиусите на орбитите на Церера и земята. Ако означим линейния диаметър на Церера с d , то ъгловият диаметър на Церера ще бъде:

$$\delta = \frac{d}{r} = 0,53''.$$



Линейната фаза на Церера, равна на отношението на осветената част на нейния ъглов диаметър към пълния ъглов диаметър е:

$$F = \frac{1 + \cos\varphi}{2} = \frac{1 + ra}{2} = 0.966.$$

където φ е фазовият ъгъл между посоките от Церера към Слънцето и Земята (виж рисунката). Ъгловото сечение на осветената част на диска на Церера е $\delta \cdot F$, а неговият център ще е отместен спрямо центъра на целия диск:

$$A = \delta(1 - F)/2 = 0,009''.$$

точно такава ще бъде грешката при астрометричните измервания на координатите на Церера в близост до квадратура, предизвикана от фазовия ефект.

4.33. Когато кометата се приближава до Слънцето, тя губи част от своето вещество, преминавайки в газова фаза или в малки пращинки, отлитали от кометата. Именно затова, близо до Слънцето на кометите се появяват големи опашки. Комети, често връщащи се към Слънцето, бързо губят своето вещество, постепенно стават по-слаби и в резултат се превръщат в рой метеорни частици. Докато комети, прелитащи до Слънцето рядко или въобще само веднъж, напълно може да се окажат големи и ярки.

Физика на звездите

4.34. Ще определим пълното количество енергия E , което излъчва Слънцето за цялото време живот на главната последователност. Тази величина е равна на произведението на светимостта на Слънцето и времето на живот – около $1,8 \cdot 10^{44} \text{ J}$. По формулата на Айнщайн, Слънцето за това време трябва да „отслабне“ с величина $m = \frac{E}{c^2}$, т.е. с $2 \cdot 10^{27} \text{ kg}$. За това е необходимо да превърне в хелий 140 пъти по-голяма маса водород – $2,8 \cdot 10^{29} \text{ kg}$, което надвишава 140 пъти масата на най-голямата планета – Юпитер! През това време дадената величина е около 20% от пълната маса на слънчевия водород. Останалият водород се намира извън слънчевото ядро, в ядрени реакции няма да встъпи и в следствие ще се разсее в космическото пространство.

4.35. За да решим задачата, нека си спомним, че балмеровите линии на поглъщане се образуват при преход на електрон в атома на водорода от второ на по-високо ниво. Колко видими ще са тези линии – зависи от количеството атоми водород във възбудено състояние с електрон, намиращ се на второ ниво. При температури 5000 и 6000 K степента на йонизация на водорода е много ниска, и основното болшинство атоми водород се намират в не възбудено състояние, т.е. е електрон на първо ниво. Отношението на брой атоми с електрони на второ ниво и на първо се изразява с формулата на

Болцман:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot e^{-\frac{E_{12}}{kT}}.$$

Тук g_1 и g_2 са статистическите тегла на двете състояния на атома на водорода, E_{12} – разликата в енергиите на двете нива, k – константа на Болман и T – температура. Нас ще ни интересува само експоненциалния множител, т.к. той зависи от температурата. Енергията E_{12} се изчислява по

формулата на Ридбергер:

$$E_{12} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R.$$

Тук R е енергията на йонизация на водорода, равна 13,6 eV или $2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Отношението E_{12}/k е около 118,5 хил. Келвина, което много повече от температурата T . Затова при изменение на T от 6000 до 5000 K експоненциалният множител ще намалее веднага 52 пъти. Толкова пъти ще намалее количеството атоми водород, способни да образуват балмеровите линии, и тези линии ще отслабнат съществено.

4.36. За абсолютно черно тяло е справедлив законът на Стефан-Болцман, в съответствие с който пълната светимост на звездата е пропорционална $R^2 T^4$, където R и T са радиусът и температурата на звездата. В далечната инфрачервена област, при дължини на вълните съществено надвишаващи дължината на вълната на максимума на излъчване, по закона на Релей-Джинс светимостта ще е пропорционална $R^2 T$. За звездите А и В получаваме:

$$\left(\frac{R_A}{R_B} \right)^2 \cdot \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^4 = 4, \quad \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^2 \cdot \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}.$$

От тези съотношения можем да получим, че звездата В има два пъти по-голям радиус, но два пъти по-ниска температура, отколкото звезда А.

4.37. Струва ни се на пръв поглед, че показателят на цвета, равен на разликата на звездните величини в синята ивица В и жълто-зелената ивица V, при увеличение на температурата трябва постоянно да намалява, т.к. максимумът на излъчване на звездата ще се отмества в по-късовълновата област. Но, когато температурата на звездата стане много висока, двете цветови ивици ще се окажат в дълговълновата (по отношение на максимума) област на спектъра. Зависимостта на интензивността

на излъчване на единица честота I_ν от честотата ν в тази област се описва от формулата на Релей-

Джинс:

$$I_\nu = \frac{2kT\nu^2}{c^2}.$$

Тук k е константа на Болцман, T – температура и c – скорост. Показателят на цвета е логаритъм от отношението на интензивностите на излъчване на две честоти, което, както се вижда от формулата, не зависи вече от температурата. По този начин показателят $B-V$ не намалява безкрайно, а се стреми към граница, определяна от съотношението на честотите и формата на спектралните ивици B и V и тя е около $-0,32^m$.

4.38. Състоянието на йонизация на веществата се определя от два противоположни процеса – на йонизация на веществата и тяхната обратна рекомбинация. скоростта на двата процеса трябва да бъде еднаква. Процесът на йонизация протича главно за сметка на енергетичните фотони. Количеството на актовете на йонизация, протичащи в единица обем за единица време, ще е $C_1 n_0$ където n_0 е концентрацията на атомите, а коефициентът C_1 зависи само от температурата. Количеството на актове на рекомбинация, протичащи при сблъсък на йони и електрони ще е равно на $C_2 n_+ n_e$, където n_+ и n_e са концентрацията на йоните и електроните, а C_2 също зависи от температурата.

Ако пренебрегнем двойно йонизираните атоми, то n_+ и n_e ще са равни и условието за равенство броя на актовете йонизация и рекомбинация може да се запише по следния начин:

$$C_1 n(1-P) = C_2 n^2 P^2$$

Тук n е пълната концентрация на атомите и йоните, а P частта йонизирани атоми. Това съотношение преписваме:

$$\frac{P^2}{1-P} = \frac{C_1}{C_2 n}.$$

Ние виждаме, че увеличението на концентрацията на частиците при постоянна температура води до намаляване степента на йонизация. Следователно, на повърхността на свръх гиганта степента на йонизация ще е по-висока, отколкото на повърхността на бялото джудже.

4.39. От данните на наблюдението можем лесно да определим радиуса на орбитата на планетата. Той е :

$$r = \frac{\nu T}{2\pi} = 10 \text{ а.е.},$$

Където ν и T са орбиталната скорост и период на въртене на планетата. Орбитата на планетата се

вижда от Земята под ъгъл δ , равен на $0,064''$, от тук и разстоянието до звездата е: $d = \frac{r}{\delta}$

Изразявайки величината d в парсеци, получаваме 156,25рс.

По обобщения закон на Кеплер получаваме, че масата на звездата е 40 слънчеви маси. За звезди от главната последователност е справедливо, че тяхната светимост расте с масата по закона

$$L \sim M^N$$

Където N е не по-малко от 3. Т.е. светимостта на тази звезда ще надвишава светимостта на Слънцето не по-малко от 1000 пъти, а значи и нейната абсолютна звездна величина ще е поне $m_0 = -2,8$. С увеличаване на разстоянието d видимата звездна величина на тази звезда ще отслабва

$$m = m_0 - 5 + 5 \lg d = 3,2 \text{ т.е. ще се вижда с невъоръжено око.}$$

4.40. Гравитационната енергия на единица маса вещество от протозвезда е : $E_G = \frac{GM}{R}$ където М и R са масата и радиуса на протозвездата. Приравнявайки гравитационната енергия към енергията необходима за превръщане на веществото в плазма, получаваме, че радиусът на протозвездата (отчитайки, че масата ѝ е равна на слънчевата) е равен на $5,33 \cdot 10^{10} m$ или 76 слънчеви радиуса. По нататък, по закона на Стефан-Болцман светимостта на обекта е пропорционална на $R^2 T^4$. Знаейки радиуса и температурата на протозвездата в сравнение със слънчевите, намираме нейната светимост – получава се 360 слънчеви светимости. Абсолютната звездна величина на Слънцето е $+4,72^m$, следователно, абсолютната звездна величина на протозвездата е

$$m_0 = 4,72 - 2,5 \lg 360 = -1,68$$

Двойни и променливи звезди

4.41. В днешно време. Въз основа на класическия ефект на Доплер се правят измервания на лъчевите скорости на звездите с точност до 10м/сек. Величината на относителното изменение на дължината на вълната на спектралната линия на източника е

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} = 3,3 \cdot 10^{-8}$$

В случай на напречен ефект на Доплер, наблюдаваната дължина на вълната λ' на линията и лабораторната дължина на вълната λ , са в следната зависимост:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Където v е скорост, насочена перпендикулярно на направлението към наблюдателя. Отчитайки малката стойност на (v/c) , големината на относителното изменение на дължината на вълната ще бъде:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2}$$

Получава се, че при същата точност на спектралните измервания можем да регистрираме напречния ефект на Доплер при скорост 77км/сек. Това не е много голяма скорост, като пример – с такава скорост се въртят по своите орбити две звезди, подобни на Слънцето, намиращи се на разстояние 0,3 а.е. една от друга. Напречния ефект на Доплер трябва да се отчита при много големи точности на измерване на лъчевите скорости.

4.42. Частичната фаза на затъмнение на една звезда от друга продължава два пъти повече от пълната, когато едната звезда изцяло минава зад другата или се намира пред нея. Земята се намира в плоскостта на орбитата на звездите, следователно, радиусите им се отнасят както 3/2. За по-нататъшно решение ни е необходимо да направим отклонение в областта на физиката на белите джуджета. Те се състоят от изроден газ, налягането на които p не зависи от температурата и в нерелативисткия случай е свързано с плътността ρ със съотношението:

$$p = K\rho^{5/3}$$

Където K е някаква размерна константа. Израздането води до това, че в случай на невъртящи се бели джуджета техният радиус R е свързан еднозначно с масата M . Точното извеждане на това съотношение е твърде сложно, затова ще го получим по метода на размерностите. В израза за

радиуса на бялото джудже трябва да влиза масата и две размерни константи – К и гравитационната G. Този израз ще има вида:

$$R = CK^x G^y M_{\text{г}}^z$$

Където С е безразмерна константа. Размерността на някоя величина F ще означаваме с $[F]$, тя ще е произведение от дължина L, време T и маса M на някакви степени. Размерностите на четирите величини, влизащи във формулата записана по-горе, са равни:

$$[R] = L$$

$$[K] = L^4 T^{-2} M^{-2/3}$$

$$[G] = L^3 T^{-2} M^{-1}$$

$$[M_{\text{г}}] = M$$

Разпределяйки връзката на радиуса и масата на бялото джудже по размерния базис, получаваме система от уравнения спрямо степенните показатели x,y,z:

$$4x + 3y = 1,$$

$$-2x - 2y = 0,$$

$$-2/3x - y + z = 0.$$

Решавайки тази система, получаваме $x = 1$, $y = -1$, $z = -1/3$. И така: радиусът на бялото джудже е пропорционален на масата на степен $-1/3$, т.е. намалява с увеличаване на масата.

Да си спомним, че в нашата двойна система първата звезда е 1,5 пъти по-голяма от втората. При равенство на ефективните температури именно първата звезда ще е по-ярка от втората, макар нейната маса да е само $(3/2)^{-3} = 8/27$ от масата на втората. Затъмненията се случват през точно определени равни интервали от време и протичат еднакво, независимо от това, коя от звездите се затъмнява. От това можем да направим извод, че орбитите на звездите са кръгови. Скоростите на звездите са насочени в противоположни посоки, при това скоростта на по-ярката звезда е 27/8 от скоростта на втората, по-тежка звезда, и 27/35 от относителната скорост на звездите, която се получава равна на 50км/сек.

Диаметърът на по-малката от звездите е равен на относителната скорост на звездите, умножена на продължителността на частичната фаза на затъмнението, което е 16000км. Диаметърът на по-голямата звезда е 1,5 пъти по-голям, т.е. 24000км. Радиусите на звездите са 8000км и 12000км и съвсем малко надвишават радиуса на Земята.

Периодът на въртене T_0 в тази система е равен на удвоения интервал от време между затъмненията, т.е. 102,28 денонощия. Разстоянието между звездите D е: $D = \frac{vT_0}{2\pi}$,

Което е равно на 70,32 млн.км. Изразявайки периода T_0 в години (7/25), а разстоянието D в астрономически единици (7/25 а.е.), по обобщения III закон на Кеплер получаваме сумата от масите на звездите, изразени в слънчеви маси:

$$M_s = \frac{D^3}{T_0^2} = \frac{35}{27}.$$

Накрая, масата на по-голямата и по-лека звезда се получава равна на $8/27$ слънчеви маси, а по-тежката и по-малка – 1 слънчева маса.

- 4.43.** Променливи звезди от типа RR Лира (те се наричат още късо периодични цефеиди) се характеризират с практически еднаква светимост, не зависеща от периода. Абсолютната звездна величина на такива звезди M е равна на $+0,5$. Ще считаме, че със съвременни средства такава звезда може да се открие в друга галактика и да изследваме нейната променливост, ако не е по-слаба от 27^m . Разстоянието до звездата r , изразено в парсеци, може да намерим по формулата:

$$\lg r = 1 + 0.2 (m - M) .$$

Получава се, че звезди от типа RR Лира могат да бъдат наблюдавани на разстояние до $3,2$ Мрс.

- 4.44.** Струва ни се, че във всеки момент от времето можем по спектъра да измерим температурата на цефеидата и скоростта на изменение на нейния радиус, а след това по фотометричните измервания да определим и самия радиус по закона на Стефан – Болцман. Но в този случай, ние превим предположение, че излъчването на цефеидата се явява излъчване на абсолютно черно тяло, което не е съвсем вярно (това доказва самото съществуване на спектрални линии).

Въпреки това съществува метод за определяне радиуса на цефеидите, без да се използва даденото предположение. Ние само предполагаме, че спектъра на звездата се определя еднозначно от нейната температура. По време на цикъла изменението на блясъка на цефеидата се изменя и нейната температура и вид на спектъра. Всяко междинно значение на температурата се достига два пъти за един цикъл – при нейното увеличение и при намалението ѝ. Фиксирайки по спектъра тези два момента, ние провеждаме непрекъснати измервания на лъчевата скорост на звездата, което позволява да намерим разликата на нейните радиуси в тези моменти ΔR . Освен това, в тези две фази ние измерваме блясъка на звездите m_1 и m_2 . Т.к. температурата на звездата в тези моменти е еднаква, светимостта (дори без да предполагаме за абсолютно черно тяло) е пропорционална на квадрата на радиуса на звездата. От тук можем да получим отношението на радиусите на звездите в двата указани момента:

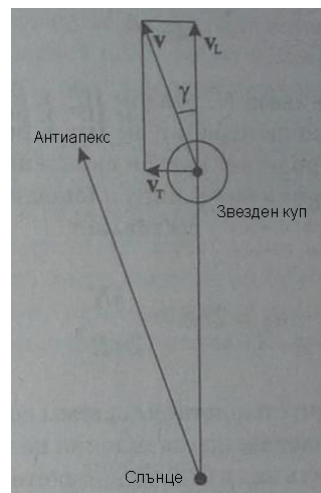
$$\lg \frac{R_1}{R_2} = 0,2 (m_2 - m_1) .$$

Знаейки разликата и отношението на радиусите, можем да намерим радиусите на звездата в тези моменти, а по кривата на лъчевата скорост – във всеки друг момент.

Звездни купове и мъглявини

- 4.45.** При решаването на задачата се предполага, че всички звезди в звездния куп имат еднаква скорост в космическото пространство. За млад и не масивен звезден разсеян куп такова предположение е напълно оправдано, т.к. относителните скорости на звездите вътре в купа са много по-малки от скоростите в пространството.

Звездите в купа можем да сравним с метеорен поток, частиците на който се движат по успоредни линии, а от Земята се виждат като излитащи от една точка – радиант, указващ посоката в пространството, откъдето летят метеорните частици. Но в нашия случай звездите, обратно, летят на небето към една точка (анти апекс). Това означава, че за разлика от метеорите, звездите в купа се отдалечават от Земята, и към големината на лъчевата скорост, измерена от астрономите, трябва да запишем знака „+”.



Знаейки ъгловото разстояние на купа до неговия анти апекс, ние знаем ъгъл γ между вектора на скоростта на купа и посоката от Земята към купа (виж рисунката). Тангенциалната компонента на скоростта на купа v_T е свързана с лъчевата скорост v_L чрез съотношението:

$$v_T = v_L \operatorname{tg} \gamma$$

И е 7,28 км/сек или 1,53 а.е./год. Отрязъкът от 1,53 а.е. се вижда от Земята по ъгъл $0,1''$, следователно, разстоянието до купа е 15,3 рс.

Описаният в решението метод е основен метод за определяне разстоянието до близките разсеяни звездни купове и е получил името „метод на груповия паралакс”.

4.46. Да намерим концентрацията на звездите вътре в купа:

$$n = \frac{3N}{4\pi R^3}$$

При брой звезди N , равен на 10^6 , и радиус на купа R , равен на 30рс, концентрацията на звездите в купа е $8,84 \text{рс}^{-2}$. Слънцето прелита вътре в купа разстояние $2R$, и броят на звездите в купа на единица площ, перпендикулярно на посоката на Слънцето е:

$$n_s = 2nR = \frac{3N}{2\pi R^2}.$$

Да приемем, че радиусът на планетната система r е 100 а.е. или 0,00048 рс (прелитането на звездите от купа на такова разстояние може да измени силно вида на Слънчевата система). Вероятността на толкова близка среща със звезда е равна на произведението на площта на планетната система и броя на звездите в купа на единица площ:

$$p = 2\pi r^2 n_s \frac{3Nr^2}{R^2} = 7,8 \cdot 10^{-4}.$$

И така, среща със сферичен куп и дори прелитане вътре през него едва ли ще измени вида на Слънчевата система. Трябва да обърнем внимание, че вероятността за среща със звезда зависи от скоростта на прелитане на Слънцето през купа.

4.47. Ще оценим скоростта на свободния електрон в планетарна мъглявина по формулата:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

Тук T е температурата на мъглявината, k – константа на Болцмат, m_e – масата на електрона. Средната топлинна скорост на електрона се оказва равна на $6,74 \cdot 10^5$ м/сек. За времето на живот на атома в метастабилно състояние Δt електронът ще прелети разстояние, равно на $v \Delta t$, и ще се сблъска с атом, ако последния се намира вътре в „тръбата” с обем $\sigma \cdot v \Delta t$, където σ е сечение на взаимодействие на атомът с електрона. Очевидно, ако сумарният обем на всички тези „тръби” покрива целия обем на мъглявината, то вероятността от това, атомът в метастабилно състояние да не се сблъска с електрон е много малка, а ако той е по малък, то ние ще видим „небулярни” линии в спектъра на мъглявината. Математически последното условие може да се запише:

$$n_e \sigma v \Delta t < 1.$$

От което следва, че небулярните линии ще се виждат в спектъра на мъглявината, ако електронната плътност n_e вътре в нея не е по-голяма от $3 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$.

Галактики, закон на Хъбл

- 4.48. Ще определим отначало как е разпределена масата вътре в галактиката. За спирална галактика, чиято дебелина е значително по-малка от ширината, зависимостта на орбиталната скорост v от разстоянието до центъра на галактиката r в приближение има следния вид:

$$r(v) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}.$$

$M(r)$ – масата на частта от галактиката, затворена в кръга с радиус r и обхващаща цялата дебелина на диска. Получава се, че $M(r)$ е пропорционална на r^2 , и цялата маса на галактиката е равномерно разпределена в нейния обем.

Цефеидата се наблюдава в диска на галактиката, т.е. принадлежи към младото население от I тип. За такива цефеиди зависимостта „период – светимост“ има вида:

$$m_0 = -1,5 - 1,74 \lg P$$

където m_0 е средната абсолютна звездна величина на цефеидата, а P е периодът, изразен в денонощия. Величината m_0 е $-3,24$, разстоянието до галактиката l се изчислява по формулата:

$$\lg l = 1 + 0,2(m - m_0)$$

и отчитайки известната ни величина на m , се оказва равна на около 1 Мрс. Радиусът на галактиката

$$R = \frac{ld}{2}$$

Където d е нейният ъглов диаметър, изразен в радиани. Средният ъглов диаметър на Луната е $31,1'$ или $0,009$ радиана, следователно радиусът на галактиката е $4,5 \text{ крс}$. Накрая, масата на галактиката е

$$M = \pi R^2 h \rho.$$

Тук h е дебелината на диска на галактиката, ρ – постоянната ѝ плътност. Замествайки числените стойности, получаваме $6,4 \cdot 10^{10}$ слънчеви маси.

- 4.49. Разстоянието до галактиката D е 2 Мрс, а нейният ъглов радиус θ е равен на $0,5''$ или $0,0087$ радиана, следователно радиусът на галактиката R е равен на $1,75 \text{ крс}$. При фокусно разстояние на телескопа 2 m изображението на радиуса на галактиката ще има размер $17,5 \text{ mm}$. При това край на изображението ще е отместен на $17,5 \cdot \sin 5'' = 1,52 \text{ mm}$, т.е. спектралните линии в зелената област на спектъра ($5500 \text{ \AA}$) ще са отместени на $7,6 \text{ \AA}$, което дава за орбиталната скорост на края на галактиката стойност:

$$v = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 414,5 \text{ km/s}.$$

Считайки орбитата на звездата за кръгова и знаейки радиусът на галактиката R и орбиталната скорост на нейния край v , ние намираме периода на въртене:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Сигналът от галактиката до Земята и обратно ще дойде за време: $t = \frac{2D}{c}$.

За това време, точката от която е бил изпратен сигналът, ще се завърти около центъра на галактиката на ъгъл:

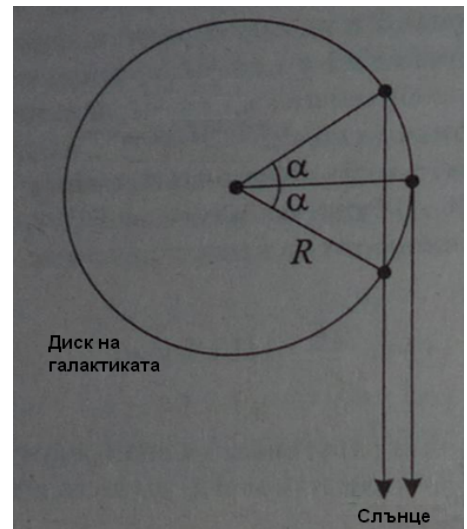
$$\alpha = \frac{2\pi t}{T} = \frac{2Dv}{Rc},$$

което в градуси е $18,1^\circ$,

Независимо от това дали се приближава към Земята или отдалечава дадената точка от нея (виж рисунката), сигналът-отговор трябва да се изпрати под ъгъл

$$\beta = r \cdot \cos \alpha = 0,47^\circ$$

към центъра на галактиката.



4.50. В училищен телескоп на границата на видимост може да се различи галактика до 12^m . Абсолютната звездна величина на нашата Галактика е около $-20,5^m$. Обозначаваме тези величини съответно m и M , и определяме разстоянието r , на което нашата Галактика би било трудно да се наблюдава с училищен телескоп:

$$\lg r = 1 + 0,2 (m - M).$$

Разстоянието се оказва 31,6 Мпс. По закона на Хъбл, червеното отместване на галактиката ще е:

$$z = \frac{Hr}{c} = 0,007.$$

Тук c – скорост на светлината, H – константа на Хъбл. Трябва да признаем, че възможностите на училищния телескоп са много скромни.

4.51. Ще определим разстоянието до купа галактики по закона на Хъбл:

$$d = \frac{cz}{H} = 460 \text{ Mpc}$$

Ъгловият радиус на купа галактики γ е $2,5^\circ$, следователно пространственият радиус е

$$R = d \sin \gamma = 20 \text{ Mpc}$$

Максималната разлика на лъчевите скорости на отделните галактики и целия куп е примерно равна на кръговата скорост на края на купа v . От тук можем да получим пълната маса на купа от галактики:

$$M = \frac{v^2 R}{G} = 1,2 \cdot 10^{15} M_0.$$

Тук M_0 е масата на Слънцето. Ще определим и сумарната маса на всички звезди в купа. Абсолютната звездна величина на всяка от галактиките е

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg d = -20,3.$$

Ако приемем, че всяка звезда е като Слънцето, с абсолютна звездна величина $+4,7^m$, то всяка галактика съдържа приблизително 10^{10} звезди, и сумарната маса на звездите в купа ще е $10^{14} M_0$. Ние виждаме, че звездите са само 8% от масата на целия куп от галактики, останалите 92% се падат на тъмната материя.

- 4.52.** Разстоянието до квазара може да се изчисли по закона на Хъбл, но т.к. величината z е достатъчно голяма, трябва да използваме релятивистката формула за ефекта на Доплер. Скоростта на отдалечаване на галактиката v , ще е равна:

$$v = c \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2} = \frac{3c}{5} .$$

Разстоянието до квазара ще бъде:

$$d = \frac{v}{H} = \frac{3c}{5H} = 2,8 \cdot 10^9 \text{ pc} .$$

Галактичният паралакс е ъгълът, под който от това разстояние се вижда радиуса на орбитата на Слънцето около центъра на нашата Галактика r , равен на 8 крс. Този ъгъл е:

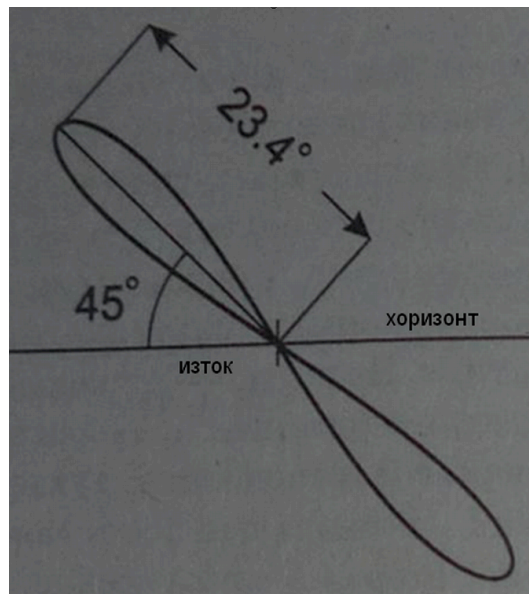
$$\pi_G = \frac{r}{d} = 2,9 \cdot 10^{-6} = 0,6'' .$$

Част 5.

Открита задочна астрономическа олимпиада (2005год.)

- 5.1.** Във всяко място на Земята, освен полюсите, точката на пролетното равноденствие изгрива точно след едно звездно денонощие (около 23 часа 56 мин) от предшестващия изгрев. Следователно, изгревите на изкуствения спътник също са отделени във времето на едно звездно денонощие. Т.к. ние не отчитаме денонощното паралактично отместване на спътника, той винаги ще се намира на еклиптиката. На ширината на Краснодар ($+45^\circ$) еклиптиката не може да съвпаде с хоризонта и, явявайки се голям кръг от небесната сфера, пресича хоризонта в две противоположни точки. Едната от тях – възходящата в този момент – е точката на пролетното равноденствие, а втората – точка на есенното равноденствие. Така, в момента на своето изгриване, изкуственият спътник се е намирал в едната от тези две точки. След едно звездно денонощие спътникът ще изгрива в същата точка на небето. В противоположната точка на небето той не би изгривал, а би залязвал под хоризонта, т.к. във всеки момент от времето над хоризонта се разполага половината от неговата орбита.

Очевидно, че спътникът, въртейки се около Земята, не може да бъде неподвижен спрямо звездите. Ще разгледаме случай, при които изкуственият спътник на Земята, един път изгрива и залязва под хоризонта, връщайки се в същата точка на небето след изминаването на едно звездно денонощие. Това, в частен случай може да бъде тогава когато периодът на въртене на спътника е равен на едно звездно денонощие, а посоката съвпада с посоката на въртене на Земята. Такава орбита прилича на геостационарна, но т.к. спътникът се върти не в плоскостта на екватора, а в плоскостта на еклиптиката, на земното небе той ще описва тънка „осмица” с размер около 47° . Ако при



това той се окаже в точката на пролетното равноденствие в момента на нейния изгрев, то и той ще изгрива в същия момент на изток след всяко звездно денонощие (виж рисунката).

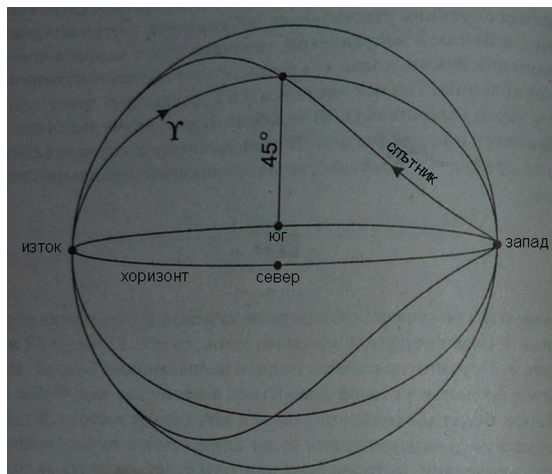
дадената картина противоречи на условието на задачата – от рисунката можем да се убедим, че спътникът ще се намира винаги в източната част на небето и никога няма да се окаже над южния хоризонт. Ние трябва да разгледаме още един възможен вариант, при който спътникът за едно денонощие прави един оборот по небето спрямо земния наблюдател, един път изгривайки и залязвайки под хоризонта. Означаваме синодичния период на въртене на спътника чрез S , сидеричния (звезден) период на неговото въртене с T , а продължителността на звездното денонощие с T_0 . Тези три величини са свързани със съотношението:

$$\pm \frac{1}{S} = \pm \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} .$$

Знакът „+” пред величините $(1/S)$ и $(1/T)$ съответства на въртене на спътника спрямо наблюдателя и спрямо центъра на Земята в посока, съпадаща с посоката на въртене на Земята, а знак „-” съответства на противоположната посока. Т.к. величините S и T_0 са равни, знакът „-” пред величината $(1/S)$ не може да бъде, в противен случай T ще се превърне в безкрайност. Т.к. S е положителна, решението съществува само при една комбинация на знаците:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} ,$$

От където получаваме, че сидеричния период на въртене на спътника T е равен на половината звездно денонощие, т.е. 11 часа 58 мин. Спътникът се върти в една посока със Земята, но с два пъти по-голяма ъглова скорост, затова той както и Фобос на Марс, ще изгрива от запад и залязва на изток. По време на своя изгрев спътникът ще се намира в точката на есенното равноденствие, която ще залязва в момента на западния хоризонт. Премествайки се от запад на изток, спътникът ще се движи срещу точката на пролетното равноденствие, изгрива едновременно с него в противоположната точка на небето (виж втората рисунка). 5 часа 59 мин. След изгрева спътникът ще направи половин сидеричен период около Земята и ще се окаже в точката на пролетното равноденствие, която при това ще кулминира над южния хоризонт на височина 45° . Получихме отговор на първия въпрос на задачата.

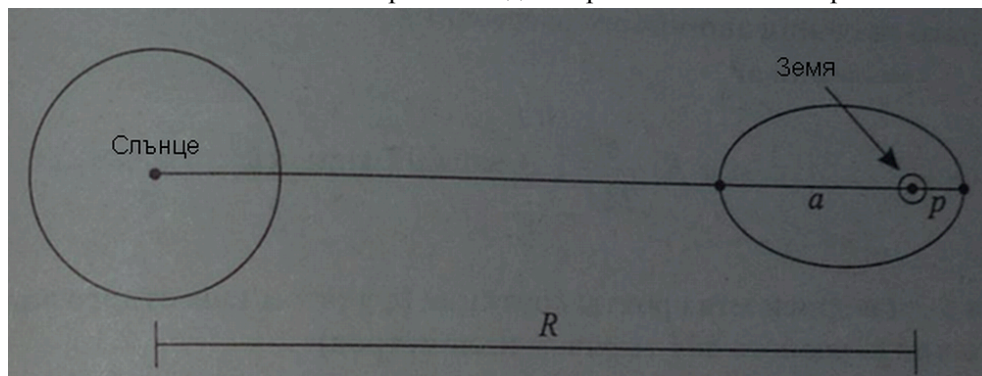


За отговора на втория въпрос е достатъчно да се използва III обобщен закон на Кеплер. Радиусът на орбитата е

$$R = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} ,$$

което е 26,6 хил. км (M е масата на Земята).

5.2. Възможното значение за ексцентриситета на орбитата на спътника е ограничено отгоре от приливното влияние на Слънцето (влиянието на Луната, по условие в задачата, не се взема пред вид). Ако в точката апогей спътникът се приближи до вътрешна точка на Лагранж на системата



Слънце – Земя, орбитата на спътника ще стане неустойчива и той ще премине на хелиоцентрична орбита, ставайки изкуствена планета в Слънчевата система. Ще разгледаме най-критичните за устойчивостта на орбитата случаи, когато в апогея спътникът се оказва между Слънцето и Земята (виж рисунката). Т.к. орбитата на спътника лежи в плоскостта на еклиптиката, то подобна ситуация се реализира задължително веднъж в годината.

Означаваме перихелийното и афелийното разстояние до спътника съответно с r и a , а разстоянието от Слънцето до Земята – с R . Предполагаме, че в точката апогей спътникът се е оказал във вътрешна точка на лагранж. Тази точка може да се движи около Слънцето със същата ъглова скорост ω , както на Земята. Да запишем уравненията за въртене на точката на Лагранж и Земята:

$$\frac{GM}{(R-a)^2} - \frac{Gm}{a^2} = \omega^2(R-a) ;$$

$$\frac{GM}{R^2} = \omega^2 R .$$

Отчитайки, че a е значително по-малка от R , можем да запишем:

$$\frac{GM}{(R-a)^2} = \frac{GM}{R^2} + \frac{2GMa}{R^3}$$

Изразявайки величината ω от уравнението за въртене на Земята, получаваме

$$\frac{3GMa}{R^3} = \frac{Gm}{a^2} .$$

От последното съотношение получаваме оценка за максималното значение на апогейното разстояние

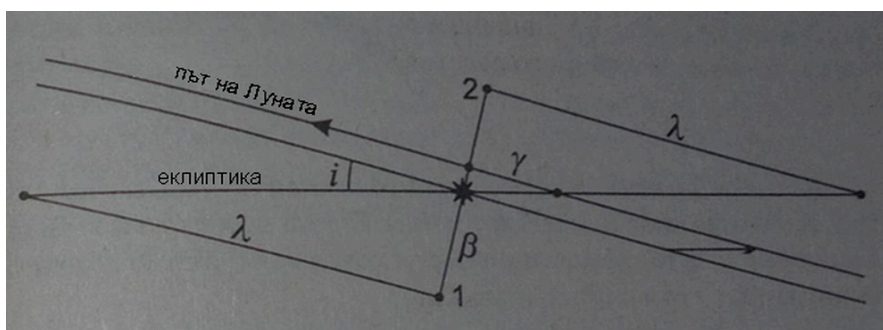
$$a = R \left(\frac{m}{3M} \right)^{1/3} = 1,497 \text{ млн. км}$$

и ексцентриситет на орбитата на спътника (отчетено е известното значение за p , равно на 384 хил. км

$$e = \frac{a-p}{a+p} = 0,592 .$$

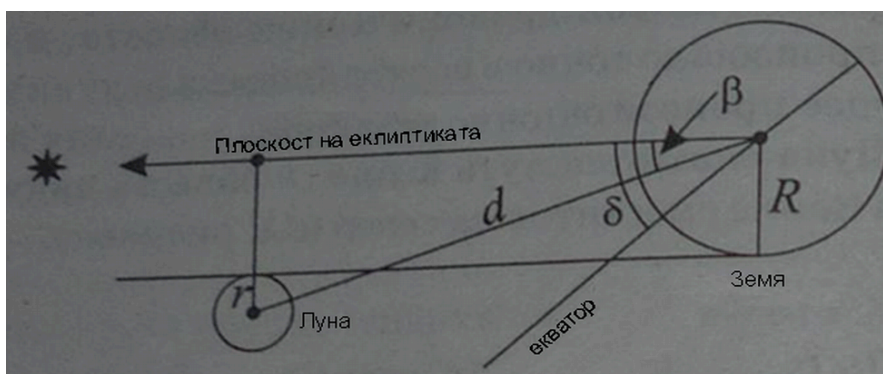
5.3. Ако Луната се въртеше около Земята точно в плоскостта на еклиптиката, то тя би покривала звездата в точката на лятното слънцестоене при всеки свой оборот около Земята, при това покритието би било видно в екваториалните и северно-тропичните пояси на нашата планета. В действителност плоскостта на орбитата на Луната е наклонена към плоскостта на еклиптиката на ъгъл i , равен на $5,15^\circ$, което се оказва достатъчно, щото в повечето случаи Луната да преминава по небето по-високо или по-ниско от звездата, и покритие няма да настъпи. За да се случи това, Луната преминавайки покрай звездата трябва да се намира в близост до един от двата възела на своята орбита, в които тя пресича плоскостта на еклиптиката.

Сидеричният (звезден) период на въртене на Луната T_S съставлява 27,321662 денонощия, а драконичният период T_D (периодът на преминаване през същия възел) е малко по-кратък – 27,212221 денонощия. Завършвайки своето завъртане спрямо звездите, Луната ще направи 1,00402 драконически оборота, и ако едното покритие е било точно във възходящия възел на лунната орбита, то следващото ще е след преминаване на този възел, при това Луната ще се окаже малко по-високо, и областта на видимост на покритието от Земята ще се премести на север (виж рисунката).



Ъгловото разстояние между Луната и възела на орбитата ще е:

$$\gamma = 360^\circ \cdot \frac{T_S - T_D}{T_D} = 1,448^\circ$$



Отмествайки се на такава величина всеки сидеричен месец, линията на възлите на лунната орбита ще направи пълен оборот за 248,65 сидерични месеца, т.е. за 18,6 год. За този период ще настъпят две епохи на покрития на звездата от Луната в близост до еклиптиката – по време на преминаване на възходящия и низходящия възел на орбитата близо до звездата. За звезда, намираща се точно на еклиптиката, тези серии ще са на 9,3 год. Една след друга. За това е необходимо да определим, на какво максимално отдалечаване от възела на орбитата на Луната може да се случи покритие.

На втората рисунка е показана пределната ситуация, при която допирателното покритие на звездата от Луната се вижда само от една точка на Земята. Максималното ъглово разстояние на Луната от еклиптиката в този случай е

$$\beta = \arcsin \frac{R+r}{d} = 1,209^\circ$$

Тук, от условието следва, приемаме орбитата на Луната за кръгова с радиус d , равен на 384,4 хил.км, R и r – радиуси на Земята и Луната. Връщайки се към първата рисунка, изчисляваме максималното разстояние от Луната до възела на орбитата по време на покритието:

$$\lambda = \beta \cdot \operatorname{ctg} i = 13,41^\circ$$

Средния брой покрития в една серия, както се вижда от първата рисунка, ще е:

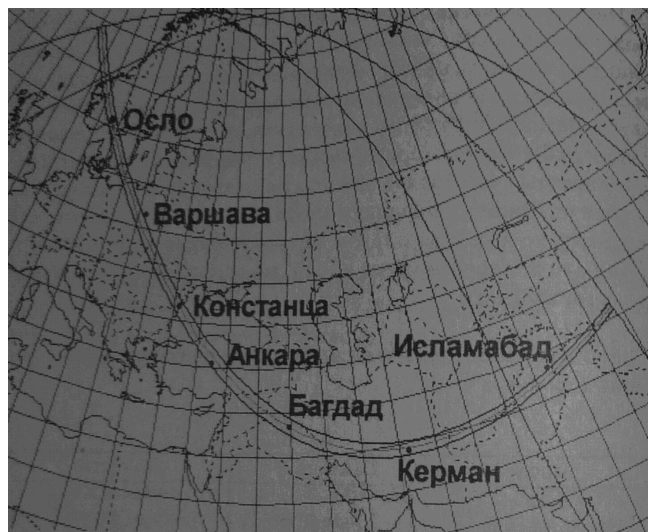
$$N_A = \frac{2\lambda}{\gamma} = 18,52$$

Реалният брой покрития например с еднаква вероятност може да са 18 или 19. Продължителността на серията има 17 или 18 сидерични периода на въртене на Луната, т.е. 1,27 или 1,35 год.

Първото покритие на звездата от Луната в случай близо до възходящ възел ще стане близо до положение 1 на първата рисунка, същата ситуация е изобразена на втората рисунка. Луната ще закачи звездата със северния си край, и това покритие ще се вижда от южното полукълбо на Земята. Луната ще се намира на северния хоризонт (по-точно на $5,15^\circ$ хоризонта на запад от точката север), деклинацията на звездата δ е $+23,4^\circ$, и покритието ще се наблюдава близо до Южния полярен кръг. Последното покритие в серията (положение 2 на първата рисунка) ще се вижда близо до северния полярен кръг на $5,15^\circ$ на изток от точката север по хоризонта.

5.4. В таблицата са дадени координатите на изброените в условието на задачата градове.

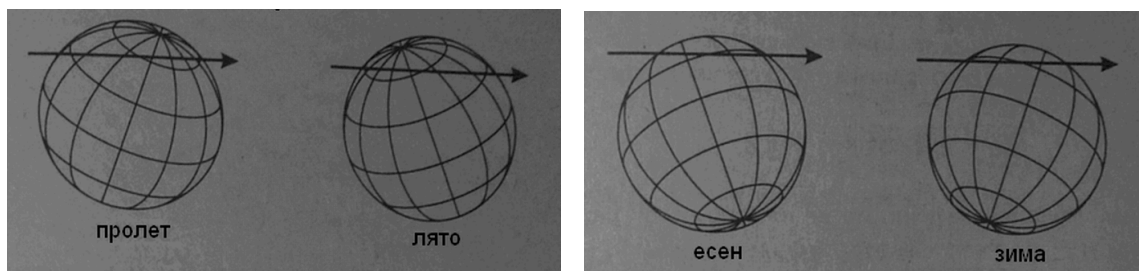
Град	Ширина	Дължина
Осло	+59,9	+10,7
Варшава	+52,2	+21,1
Констанца	+44,2	+28,6
Анкара	+39,9	+32,9
Багдад	+33,3	+44,4
Керман	+30,3	+57,1
Исламабад	+33,7	+73,1



От таблицата се вижда, че сянката през по-голямата част от времето се е движила на юго-изток, и само в края е започнала да се движи на изток, а след това дори се е обърнала на северо-изток. Видимият път на сянката по повърхността на Земята е показан на картата.

Ще разгледаме как би могла да се движи сянката на Луната по умерените и тропични ширини на северното полукълбо в средата на четирите годишни сезона (напомняме, че за начало на сезона се смята моментът на равноденствие или слънцестоене). На рисунката за всеки от четирите случая е показан вида на Земята и ивицата на сянката от страната на Слънцето и Луната. Лунната сянка се движи на рисунката от ляво надясно, в посока, противоположна на посоката на движение на Земята по орбитата (в действителност тя образува с това направление ъгъл $5,15^\circ$, но това не изменя

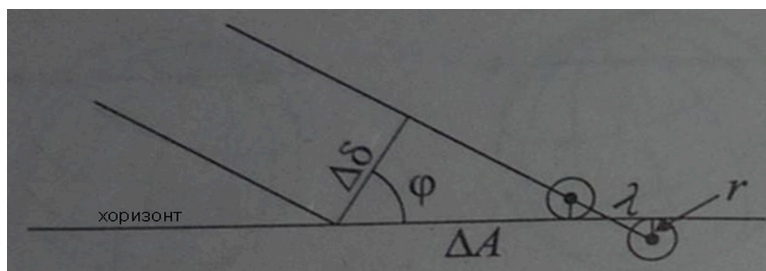
решението на задачата, т.к. даденият ъгъл е много по-малък от ъгъла на наклона на земния екватор към еклиптиката).



На тази рисунка ние виждаме, че по подобен начин сянката може да се движи по Земята само през астрономическата есен, т.е. в промеждутъка между пролетното равноденствие и зимното слънцестоене.

Дадената задача има реален прототип – пълното слънчево затъмнение на 19.11.1816г., картата на което е приведена по-горе. Ивицата на пълната фаза тогава е минала през центъра или околностите на всичките седем града, записани в условието на задачата.

- 5.5. Стойностите на азимутите на изгрев и залез показват, че планетата се е намирала в близост до небесния екватор. Т.к. планетите се разполагат на небето близо до еклиптиката, значи, че това е околността на точката на пролетното или есенното равноденствие. Между изгрева и залеза на планетата са минали примерно 12 часа. Азимутът на точката на залез по модул надвишава с $0,4^{\circ}$ азимута на точката на изгрев, т.е. за тези 12 часа деклинацията се е увеличила. Ще определим с колко.



От рисунката се вижда, че изменението на модула на азимута на изгрев и залез ΔA е свързано с изменението на деклинацията на обекта $\Delta \delta$ и ширината на мястото на наблюдение φ (равно на $+60^{\circ}$) със съотношението:

$$\Delta \delta = \Delta A \cos \varphi = +0,2^{\circ}.$$

Отчитането на атмосферната рефракция няма да измени този резултат, т.к. в близост до небесния екватор рефракцията изменя значението на азимутите на изгрев и залез, но практически не изменя тяхната разлика. По-нататък ще отбележим, че планетата се движи сред звездите по еклиптиката – това е справедливо винаги, с изключение на моментите на стоене на планетите, но тогава тяхната ъглова скорост е много малка. В близост до точките на равноденствие еклиптиката е под ъгъл $\varepsilon = 23,4^{\circ}$ към небесните паралели (и екватора), и пълното ъглово преместване на планетите сред звездите за 12 часа е:

$$\gamma = \frac{\Delta \delta}{\sin \varepsilon} = \Delta A \frac{\cos \varphi}{\sin \varepsilon} = 0,5^{\circ}.$$

В заключение, ъгловата скорост на планетите е 1° /денонощие, което практически съвпада с ъгловата скорост на движение на Слънцето по небето. Нито една планета не може да достигне такава ъглова скорост по време на ретроградно движение, дори и при право движение с такава скорост могат да се преместват само двете вътрешни планети, Меркурий и Венера, по време на епоха на максимално ъглово разстояние от Слънцето.

За да определим коя точно е планетата, ще определим нейните видими размери. Известно е, че продължителността на залез на диска на планетата под хоризонта Δt е 3,2сек. Намирайки се близо

до небесния екватор, планетата се е преместила за това време спрямо земния наблюдател на ъглово разстояние λ , равно на

$$\lambda = 15''. \Delta t = 48''.$$

ъгловият диаметър на планетата е:

$$d = 2r = \lambda \cos \varphi = 24''.$$

Получената стойност съвпада с ъгловите размери на диска на Венера по време на най-голяма елонгация (видимият размер на Меркурий в това време не е по-голям от $8''$). Планетата се намира при най-голяма елонгация на 47° от Слънцето и движейки се в права посока минава през точката на пролетното равноденствие. Ако това е най-голямата източна елонгация, то картината се е наблюдавала в началото на февруари, а ако е най-голяма западна елонгация – в началото на май.

5.6. Положението на Меркурий, Венера и Земята в посочения в условието момент е показано на рисунката. Намирайки се в съединение с Меркурий, Венера може да се намира в две точки от своята орбита, отбелязани на рисунката с цифрите 1 и 2. Но, както вече беше отбелязано в решението на предходната задача, ъгловият размер на Меркурий в момент на най-голяма елонгация е около $8''$, следователно ъгловият размер на Венера е повече от $40''$. Това може да бъде само ако Венера, се намира в положение 1, недалеч от Земята. Означаваме радиусите на орбитите на Меркурий, Венера и Земята с r_1 , r_2 и R и определяме разликата в геоцентричните дължини на Земята и всяка от двете вътрешни планети φ_1 и φ_2 в дадения момент. За Меркурий получаваме

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{R} = 67,2^\circ.$$

Разликата в дължините на Земята и Венера се изчислява от триъгълника Слънце-Венера-Земя, като отчитаме свойствата на съседните ъгли:

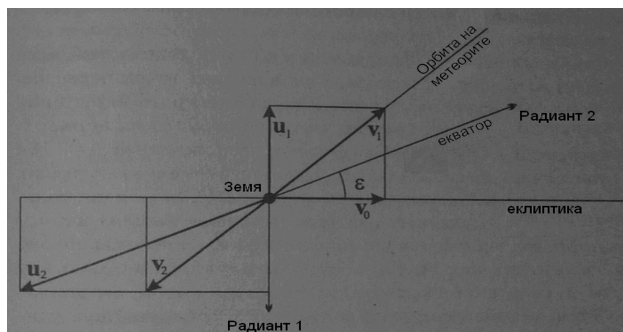
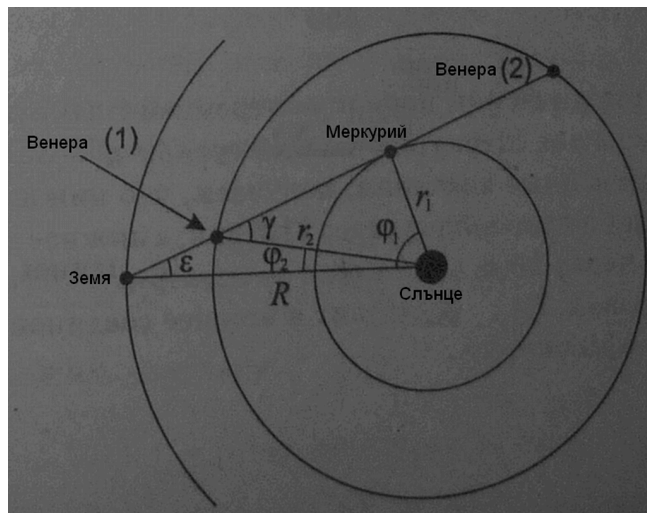
$$\varphi_2 = \gamma - \varepsilon = \arcsin \frac{r_1}{r_2} - \arcsin \frac{r_1}{R} = 9,6^\circ.$$

Времето, оставащо до долно съединение на вътрешната планета е:

$$T_{1,2} = \frac{\varphi_{1,2}}{360^\circ} \cdot S_{1,2}.$$

Където S е синодичния период на вътрешната планета, равен на 115,9 денонощия и 583,9 денонощия за Венера. Замествайки числените стойности, получаваме, че долно съединение на Меркурий ще има след 21,6 дни, а долно съединение на Венера – 15,6 дни след разглеждания момент. По такъв начин, Венера ще е в долно съединение 6 денонощия по-рано от Меркурий.

5.7. Т.к. двата метеорни роя се движат по една и съща орбита в различни посоки, то в момента на тяхната среща те ще имат хелиоцентрични скорости, равни по величина и противоположни по посока. Радиантът на метеорния поток указва посоката, противоположна на геоцентричната скорост на метеорите, затова радиантите на двата потока не се оказват в противоположни точки на небето.



Означаваме вектора на скоростта на Земята с v_0 , вектора на хелиоцентричните скорости на метеорните потоци v_1 и v_2 , а векторите те на техните геоцентрични скорости с u_1 и u_2 . За тези вектори е справедливо:

$$u_1 = v_1 - v_0,$$

$$u_2 = v_2 - v_0 = -v_1 - v_0,$$

Събираме ги и получаваме:

$$u_1 + u_2 = -2v_0.$$

Радиянтът на първия метеорен поток се намира в южния полюс на еклиптиката, следователно, плоскостта на рисунката, съдържаща u_1 , е перпендикулярна на плоскостта на еклиптиката, пресичайки я по права, съдържаща вектора v_0 . Двата вектора са перпендикулярни на радиус-вектора на Земята, идващ от центъра на Слънцето, и цялата картинна плоскост, в това число и хелиоцентричните скорости на метеорите, са перпендикулярни на линията Земя-Слънце. Следователно, в момент на срещата със Земята метеорите са се намирали в точката перихелий или афелий от своята орбита, ако орбитата не е кръгова.

Точка от еклиптиката, в посока на която се движи Земята в момента на срещата с метеорите – това е едната от двете точки на пресичане на големия кръг на еклиптиката с големия кръг на картинната плоскост. Последният кръг – това е кръг на деклинацията, обхващащ всички точки на небето ректасцензия 6ч. и 18ч. (в това можем да се убедим по координатите на радиантите на метеорния поток). Следователно – двете точки на пресичане на големите кръгове са точките на слънцестоене. От последното векторно уравнение следва, че проекциите на векторите u_2 и v_0 на еклиптиката имат противоположни знаци (т.к. векторът u_1 е перпендикулярен на еклиптиката). Като отчетем координатите на втория радиант ще направим извод, че движението на Земята е насочено в точката на слънцестоене, по-близка до радианта на втория поток – т.е. в точката на зимното слънцестоене. Такава посока на скоростта Земята има в деня на пролетното равноденствие – 21 март. Остава да отговорим на първия въпрос на задачата.

Ъгълът между посоката на втория радиант (небесния екватор) и скоростта на движение на Земята е $23,4^\circ$. Проектираме векторния израз за сумата от скоростите u_1 и u_2 на двете координатни оси и получаваме:

$$u_1 = u_2 \sin \varepsilon,$$

$$2v_0 = u_2 \cos \varepsilon$$

И по-нататък:

$$u_1 = 2v_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Хелиоцентричната скорост на метеорите в момента на срещата със Земята е:

$$v_1 = \sqrt{u_1^2 + v_0^2} = v_0 \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon} = 39,4 \text{ km/s}$$

Тази скорост превишава кръговата скорост v_0 , но не надвишава втора космическа скорост. По такъв начин, орбитата на метеорите е елиптична, и те се намират в точката перихелий. Означаваме разстоянието от Слънцето до Земята с r и записваме израза за скоростта на тялото в перихелий:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{GM}{r} \cdot (1+e)} = v_0 \sqrt{1+e}.$$

Тук a е голямата полуос на орбитата на метеорните тела, e – нейния ексцентриситет, M – масата на Слънцето. В резултат:

$$e = 4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon = 0,75.$$

- 5.8.** За да решим задачата трябва да си припомним, че при отсъствие на поглъщане на светлината, повърхностната яркост на светилото не зависи от разстоянието на наблюдателя до него. Общата яркост намалява пропорционално на квадрата от разстоянието, но в същото време и в същата

пропорционалност намалява и видимата площ на светилото за звезди, излъчващи самите енергия, в приближение с абсолютно черно тяло, повърхностната яркост се определя само от температурата на повърхността на звездата, увеличавайки се пропорционално на 4-тата степен. Бетелгейзе е червен свръхгигант от спектрален клас M2 с температура на повърхността около 3000K, което е два пъти по-малко от слънчевата. Повърхностната яркост на Бетелгейзе ще е 16 пъти по-малка от повърхностната яркост на Слънцето.

Венера не излъчва във видимия диапазон на спектъра, а само отразява светлината на Слънцето. Отношението на максималната повърхностна яркост на Венера (в центъра на диска близо до горно съединение) и повърхностната яркост на Слънцето е:

$$\frac{j_V}{j_0} = A \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{37300} .$$

Тук A е албедото на Венера, r – радиус на Слънцето и R – радиус на орбитата на Венера. В заключение – повърхностната яркост на Бетелгейзе е 2330 пъти по-голяма от повърхностната яркост на Венера.

5.9. Изразяваме ъгловия диаметър на купа в радиани, умножаваме по разстоянието до купа и делим на 2 – получаваме че радиусът на купа $r_0 = 10,9 \text{ pc}$. Обемът на купа е:

$$V = \frac{4}{3} \pi r_0^3 = 5,42 \cdot 10^3 \text{ pc}_3 .$$

Слънцето има абсолютна звездна величина M_0 , равна на $+4,7^m$. На разстояние d , равно на 3 kpc , то би изглеждало като звезда от m_0 :

$$m_0 = M_0 - 5 + 5 \lg r = 17,1 .$$

Означаваме звездната величина на целия куп с m , и получаваме израз за брой звезди в купа

$$N = 10^{0,4(m_0 - m)} = 1,095 \cdot 10^5$$

И обемна концентрация на звездите

$$n = \frac{N}{V} = 20,2 \text{ pc}^{-3} .$$

На нощното небе на планетата в центъра на купа се виждат звездите от едното полукълбо, равномерно запълващи обема. Означаваме осветеността, която създава на планетата в центъра на купа една звезда от 0^m с J . Изчисляваме осветеността, която създават на тази планета всички звезди, попадащи в тънка полусферична обвивка с радиус r и дебелина Δr . Броя на тези звезди ще е равен на произведението от концентрацията на звездите по обема на обвивката:

$$N_r = 2\pi r^2 \Delta r n .$$

Звездната величина и осветеността от всяка звезда на планетата ще бъде:

$$m = M_0 - 5 + 6 \lg r ,$$

$$j_r = \frac{J \cdot 10^{2 - 0,4 M_0}}{r^2} .$$

Тук тсе изразява в парсеци. Осветеността на нощното небе от всички звезди на полусферата е:

$$J_r = 2\pi nJ \cdot 10^{2-0,4M_0} \cdot \Delta r \quad .$$

Ние виждаме, че тази осветеност е пропорционална на дебелината на обвивката и не зависи от нейния радиус. Представяме цялата полусфера вътре в купа като сума от подобни обвивки, така получаваме израз за пълната осветеност от нощното небе на планетата:

$$J_T = 2\pi nJ \cdot 10^{2-0,4M_0} \cdot r_0 = J \cdot 1,83 \cdot 10^3 \quad .$$

Сумарната звездна величина на всички звезди от половината кълбо е :

$$m_T = -2,5 \lg \frac{J_T}{J} = -8,2 \quad .$$

Небето на тази планета ще е доста по-ярко от безлунна нощно небе на Земята, и светилата извън сферичния куп ще дадат незначителен дял за неговата яркост. Но лунната нощ на Земята (блясъкът на пълна Луна е $-12,7^m$) е 63 пъти по-ярка, отколкото небето на планетата в центъра на сферичния куп.

5.10. Масовата плътност на веществото вътре в галактиката ρ е: $\rho = \frac{M}{\pi R^2 d} \quad .$

Тук M , R , d – са маса, радиус и дебелина на диска на галактиката. В известно приближение можем да смятаме, че при въртенето на звездите по кръгова орбита с радиус r вътре в диска, на нея ще й влияе само тази част от галактиката, която е ограничена вътре в цилиндъра с радиус r . Масата на

тази галактика е равна на: $m(r) = \pi r^2 d \rho = M \frac{r^2}{R^2} \quad .$

Ъгловата скорост на въртене на звездата около центъра на Галактиката е

$$\omega(r) \sqrt{\frac{Gm}{R^3} \cdot \frac{R}{r}} = \omega_0 \sqrt{\frac{R}{r}} \quad .$$

Тук ω_0 е ъглова скорост на въртене на края на галактиката. Ще обърнем внимание – зависимостта на ъгловата скорост от разстоянието в дадения случай е по-слаба от тази при кеплерови орбити, където бихме получили степен $-3/2$. Синодичният период на звезда с радиус на орбитата r_1 при наблюдение от звезда с радиус на орбитата r_2 е равен на:

$$S = \frac{2\pi}{\omega(r_1) - \omega(r_2)} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \cdot \frac{1}{\sqrt{R/r_1} - \sqrt{R/r_2}} \quad .$$

Замествайки числените стойности, получаваме големината на синодичния период: 1,07млрд.г.

Част 6

Астрономически тест - Отговори:

6.1. B, D, C, A.

6.14. A, B, D, C.

6.2. C, B, D, A.

6.15. D, C, B, A.

6.3. D, C, A, B.

6.16. A, C, D, B.

6.4. B, A, D, C.

6.5. B, C, A, D.

6.6. C, B, A, D.

6.7. B, D, C, A.

6.8. D, B, C, A.

6.9. C, D, A, B.

6.10. C, A, B, D.

6.11. D, B, C, A.

6.12. C, D, B, A.

6.13. A, D, B, C.

6.17. C, A, D, B.

6.18. D, B, A, C.

6.19. D, A, C, B.

6.20. B, C, A, D.

6.21. A, C, B, D.

6.22. D, C, A, B.

6.23. D, A, C, B.

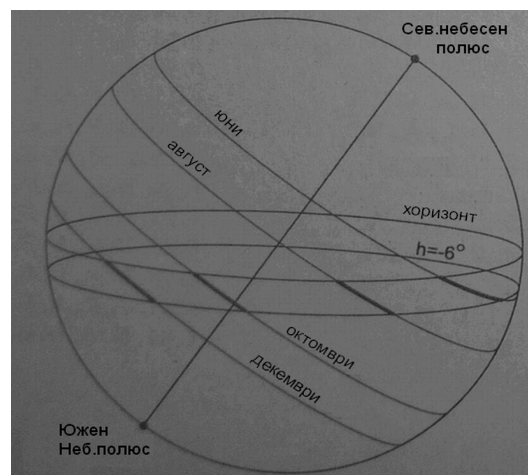
6.24. C, D, A, B.

6.25. B, A, D, C.

Обяснения към отговорите:

6.1. Тропосферата е най-ниският слой от атмосферата (височина от 0 до 15 км). Максимумът на концентрация на озона се достига на височина около 25 км, сребристите облаци се образуват на височина 80-85 км. Йоносферата започва на височина около 90 км и се простира в по-високите слоеве на атмосферата.

6.2. Продължителността на гражданския полумрак се определя от скоростта на потъване на Слънцето под хоризонта в интервал височина от 0^0 до -6^0 , т.е. преди и след изгрев. Скоростта на изменение на височината над хоризонта (или под него) е максимална, когато светилото се намира на запад или на изток. Точно това съвпада с октомврийския сумрак, които се явяват най-кратки. По-дълъг е полумрака през август, а още по-гълъг става в дните на слънцестоене, когато Слънцето изгрява далеч от точката изток, а залязва далеч от точката запад. Най-дълъг е полумракът през юни, т.к. това се пада близо до долна кулминация на Слънцето и то се движи практически успоредно на хоризонта.

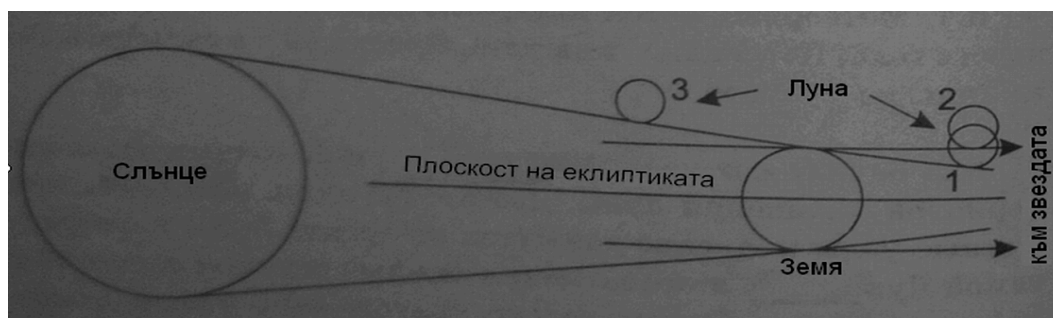


6.3. Звездите трябва да се подредят по нарастване на деклинацията им.

6.4. Бихме казали, че на екватора всички звезди се намират половината от звездното денонощие над хоризонта, а другата половина – под него. Но ако отчетем рефракцията, ще се окаже, че звездите ще са над хоризонта малко повече от половината денонощие. Този „излишък” ще нараства с отдалечаване от небесния екватор към полюсите, където звездите бавно изгряват и залязват на хоризонта, а самите точки на полюсите въобще ще са винаги над хоризонта. Затова звездите трябва да ги подредим в реда по отдалеченост от небесния екватор.

6.5. Звездите трябва да ги подредим по реда на приближаване до небесните полюси, видими само в едното полукуълбо на Земята, към небесния екватор, видим от цялата наша планета.

- 6.6. Съзвездие Малко куче се вижда най-добре в началото на годината, съзвездие Хидра – в края на зимата и началото на пролетта, съзвездие Херкулес – в началото на лятото и съзвездие Кит – през есента.
- 6.7. Метеорният поток Квадрантиди е активен през първите дни на новата година, Персеидите – през август, Орионидите – октомври и Джеминиди – декември.
- 6.8. Задачата може да се реши, дори без да знаем точните значения на периодите на въртене на Луната. Достатъчно е да си припомним, че лунните възли се движат бавно по орбитата на Луната срещу самата Луна, затова затъмненията стават всяка година в по-ранен сезон. Следователно драконичният период на въртене е по-малък от сидеричния (звезден). А с аномалистичния месец е обратно, той е по-голям от сидеричния, т.к. линията на апсидата на лунната орбита се движи в същата посока, както и Луната, и на нашия спътник му се налага да я догонва. В същата посока, но с много по-голяма скорост, е видимото движение на Слънцето, и за да го настигне, на Луната ѝ трябва още много време. Затова синодичния период на въртене на Луната е най-дълъг от четирите изброени.
- 6.9. Физическата либрация на Луната не надвишава стотни от градуса, паралактичната – 1^0 , либрация по ширина – 7^0 , либрация по дължина може да достигне 8^0 .
- 6.10. Докато тече покритието на звездата, Луната изминава на небето разстояние, не надвишаващо ъгловият си размер. Значително по-голямо разстояние Луната може да измине по време на затъмнение, т.к. Слънцето или земната сянка имат голям ъглов диаметър. При това ъгловият диаметър на лунната сянка надвишава ъгловия диаметър на Слънцето, и лунното затъмнение продължава повече от слънчевото. Преминаването на Меркурий по диска на Слънцето, разбира се, е най-продължително от всички посочени явления – то може да продължава до 8 часа.
- 6.11. Очевидно, честотата на преминаване на Меркурий по диска на Слънцето – е най-малка от изброените. За да се подредят останалите три явления, ще разгледаме рисунката.



Ние виждаме, че за настъпване на сенчесто лунно затъмнение Луната трябва да се намира в положение 1 или още по-близо към плоскостта на еклиптиката. За покритие на звезда в плоскостта на еклиптиката Луната може да бъде и по-далеч, в положение 2, а за слънчево затъмнение – още по-далеч от плоскостта на еклиптиката (положение 3). Честотата на събитието е толкова по-голяма, колкото -малки ограничения във връзка с разстоянието на Луната до плоскостта на еклиптиката.

- 6.12. Блясъкът на Марс по време на средно противостояне е $-2,0^m$, блясъкът на Юпитер при средно противостояне е $-2,7^m$, при велико противостояне блясъкът на Марс може да достигне $-2,9^m$, но най-ярка се явява Венера при най-голяма елонгация: $-4,4^m$.
- 6.13. Синодичният период на Меркурий е 116 дни, на Юпитер – 399, на Венера – 584 и на Марс – 780 денонощия.
- 6.14. Ако считаме за нощно време периодът, когато Слънцето се спуска по-дълбоко от 6^0 под хоризонта, то Меркурий в нито една област на Земята не може да бъде видян по-високо от 22^0 , а Венера – по-

високо от 41^0 над хоризонта. Външните планети Марс и Юпитер могат да се виждат по време на горна кулминация близо до точката на лятното слънцестоене, например, по време на противостоене в края на декември. Но при това Юпитер ще се намира близо до еклиптиката с деклинация $+23^0$, и неговата височина в Москва не надвишава 57^0 . Марс може да се намира на север от еклиптиката, имайки деклинация до $+27^0$ и да кулминира в Москва на височина 61^0 над хоризонта.

6.15. Средната плътност на Сатурн е $0,69 \text{ г/см}^3$ (това е най-малката плътност на планета в Слънчевата система), на Юпитер – $1,33 \text{ г/см}^3$ и на Земята – $5,52 \text{ г/см}^3$. Нашата планета има най-голяма плътност в слънчевата система.

6.16. Радиусът на Луната е 1738 км, на Калисто – около 2400 км, на Титан – 2575 км и на Ганимед – 2631 км.

6.17. Периодът на въртене на кометата Енке е 3,3 год. – най-малкият период от всички известни комети. Кометата на Халей извършва един оборот около Слънцето за 75 год.,

Нептун – за 165 год. И накрая кометата Хейл-Боп около 2000 год.

6.18. Слънцето е единична звезда, α от Кентавър е система от три звезди, α от Близнаци е шест кратна, а θ от Орион е разсеян звезден куп, потънал в мъглявината Орион. Ние виждаме 7 звезди, макар в действителност те може да са много повече.

6.19. Червеното джудже е звезда от главната последователност с маса, по-малка от слънцето. Максималната маса на бяло джудже може да е 1,4 от масата на Слънцето. Алциона е млад горещ гигант със значително по-голяма маса.

6.20. Алциона е най-ярката звезда от млад звезден куп Плеяди, с възраст около 100 хил.г.

Спика е син гигант, продължителността на живот на който е по-малка от възрастта на Слънцето. Звездите в сферични звездни купове са едни от най-старите обекти в нашата Галактика.

6.21. Алдебаран е червен гигант от спектрален клас K5, Капела по спектрални свойства прилича на Слънцето (клас G5), Вега е бяла звезда клас A0 и накрая Ригел – син свръхгигант от спектрален клас B8.

6.22. Големият Магеланов облак е неправилна галактика, явяваща се спътник на нашата Галактика. Останалите три галактики са спирални, най-големите от Местната група. Можем да смятаме, че техните размери и светимости монотонно зависят от масите им. Мъглявината в Триъгълник има по-малък размер и светимост от нашата Галактика, а мъглявината Андромеда превъзхожда нашата звездна система по тези параметри.

6.23. Галактиките трябва да ги подредим в ред, съответстващ на класификацията им по Хъбл. Най-малко газ се наблюдава в елиптичните галактики, следват лецовидните и спиралните, най-интензивно звездообразуване се наблюдава в неправилните галактики.

6.24. Свръхнова звезда в максимума на блясъка си свети малко по-слабо от голяма спирална галактика подобна на нашата, значително превъзхождайки сферичните купове. Квазарите са най-ярките източници, видими от големи разстояния във Вселената.

6.25. Тригонометричният паралакс може да се измери на сравнително близки звезди в нашата Галактика. Цефеидите може да се наблюдават и да се оценява светимостта им както в нашата, така и в други близки галактики. Свръхновите могат да се наблюдават и в далечни галактики, т.к. в максимума те са почти сравними с тях по блясък. Накрая, червеното отместване може да се измерва за най-отдалечените обекти във Вселената.

Препоръки при оценяване на теста:

Тестът може да се оценява по количеството прави отговори (от 0 до 25), но може да се използва и по-сложен и обективен метод. Всеки правилен отговор в този случай се оценява с 8 точки, а за неправилен отговор се отнемат точки (6-N), където N е броя на единични размествания, необходими за получаване на правилен отговор. Под единично разместване се разбира промяната на местата на две съседни букви, за неточен отговор се отнемат от 0 точки (ако всички букви са написани в обратен ред) до 5 точки (сгрешени само две съседни букви). В случай на правилен отговор (N=0) участникът се награждава с две допълнителни точки, и оценката, както казахме е 8. максималната оценка за целия тест е 200 точки.

Пример: Правилен отговор – D, C, A, B, а участникът е дал отговор A, C, D, B. За получаване на правилен отговор трябва три единични премествания :

A, C, D, B – C, A, D, B – C, D, A, B – D, C, A, B.

Тогава, за дадения отговор трябва да извадим 3 точки. Подобна методика е сложна за ръчна проверка, но достатъчно лека за реализиране във вид на компютърна програма.

Част 7

Задачи от първите Московски астрономически олимпиади

1 олимпиада (1947 г.), I тур

- 7.1. Бели нощи се наблюдават около лятното слънцестоене в северното полукълбо на ширини, по-големи от $60,4^{\circ}$, а също – около зимното слънцестоене на юг от $60,4^{\circ}$ ю.ш., където в това време настъпва лятото. На тези ширини Слънцето дори в полунощ не се спуска по ниско от 6° , и цялата нощ продължават светлия граждански полумрак.
- 7.2. Кометната опашка е насочена от ядрото на комета в посока, противоположна на Слънцето. Ако първата комета, оказала се в перихелий на разстояние 0,5 а.е. от Слънцето, преминава едновременно между Слънцето и Земята, то нейната опашка ще е насочена към Земята. Дължината на опашката надвишава 100 млн.км, т.е. 0,67 а.е., което е повече от разстоянието на кометата до Земята (0,5 а.е.). Следователно, нашата планета може да премине през опашката на първата комета. А опашката на втората комета, която ще е винаги по-далеч от Слънцето, отколкото Земята, винаги ще е насочена към външната област на Слънчевата система, и Земята няма да може да премине през нея.
- 7.3. На 22 декември Слънцето се намира близо до точката на зимното слънцестоене. Марс е в противостоене, т.е. близо до точката на лятното слънцестоене, и кулминира в истинска слънчева полунощ. Неговата височина в горна кулминация е:

$$h = 90^{\circ} - \varphi + \delta,$$

където φ е ширината на наблюдение (равна на $+55,7^{\circ}$), а δ е деклинацията на Марс. Ако не отчитаме наклона на орбитата на Марс към еклиптиката, то последната величина ще е $+23,4^{\circ}$, и височината на Марс над хоризонта ще е $57,7^{\circ}$. Но в действителност по време на противостоене през втората половина на декември Марс се намира в пространството на север от плоскостта на еклиптиката и неговата деклинация достига $+26,7^{\circ}$. Височината на Марс над хоризонта в горна кулминация на ширината на Москва ще е 61° . По време на провеждането на първата московска олимпиада по астрономия точката на лятното слънцестоене се е намирала в съзвездие Близнаци, а към настоящото време поради прецесията на земната ос тя е пресякла границата със съзвездие Бик.

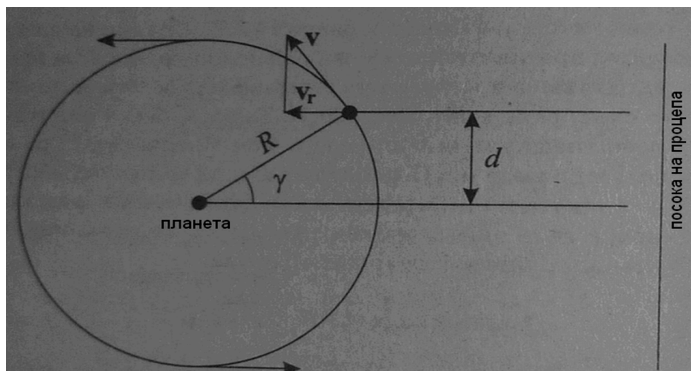
1 олимпиада (1947г.) II тур

7.4. Ако затъмнението в дадения пункт е било централно (пълно или пръстенообразно), и Луната се е движила по диска на Слънцето отдолу нагоре, то това би могло да бъде само през втората половина на деня в екваториалните или тропични ширини на Земята, където еклиптиката, по която се движи Луната, образува голям ъгъл с хоризонта. Но ако това затъмнение е частично с неголяма фаза, при която диска на Луната само закача диска на Слънцето отдолу, то такава ситуация може да се наблюдава от всяка ширина, по-вероятно – в средата или през втората половина на деня.

7.5. На различни участъци от процепа ще попада светлина от различни области по екватора на планетата, движещи се различно спрямо наблюдателя. Лъчевата скорост на точка от повърхността на планетата, намираща се на разстояние d от линията, съединяваща центъра на планетата и наблюдателя е равна на:

$$v_r = v \cdot \sin \gamma = v \frac{d}{R}.$$

Тук v е пълната скорост на движение на точка от екватора, R е радиусът на планетата. Т.к. лъчевата скорост, а следователно и отместването на спектралните линии се изменят пропорционално на d , то тези линии ще изглеждат наклонени прави ивици.



7.6. По условие в задачата повърхностната яркост (и ефективна температура) на цефеидата остава постоянна, и блясъкът се изменя само за сметка на изменение на нейните пространствени и видими размери. В този случай е справедлива формулата:

$$\Delta m = 5 \lg \frac{R_2}{R_1},$$

Където R_1 и R_2 са радиусите на цефеидата в минимум и максимум на блясъка. Замествайки числовите стойности на величината Δm , получаваме, че в максимум цефеидата има 2 пъти по-голям радиус, отколкото в минимум.

2 олимпиада (1948) г.), I тур

7.7. Задачата е аналогична на зад.7.3., само тук противостоеното става близо до лятното слънцестоене, и планетата Юпитер се намира до точката на зимното слънцестоене в съзвездие Стрелец. Деклинацията на тази точка е $-23,4^\circ$, и височината на Юпитер в горна кулминация е:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 10,9^\circ,$$

Тук φ е ширината на Москва ($55,7^\circ$). Ако отчетем наклона на орбитата на Юпитер към плоскостта на еклиптиката, то деклинацията на тази планета ще бъде $-23,2^\circ$, а височината в горна кулминация в Москва ще е $11,1^\circ$.

7.8. Колкото и малко да е перихелийното разстояние на кометата r , ние можем да запишем неравенството за голямата полуос на кометната орбита:

$$a = \frac{r_P + r_A}{2} > \frac{r_A}{2} = 2,74 a.e.$$

Тук R_A е афелийното разстояние на кометата. Прилагайки III закон на Кеплер, получаваме, че периодът на въртене на такава комета около Слънцето не може да бъде по-малък от $(2,74)^{3/2} = 4,54$ год. Следователно, описаната в романа комета не може да съществува в Слънчевата система.

- 7.9.** Означаваме радиусите на звездата и нейния спътник с R и r . Считаме спътника тъмен и пренебрегваме потъмнението в края на диска на ярката звезда, и записваме отношението на яркостите на затъмнително променливата извън и в минимума и го приравняваме към n :

$$\frac{\pi R^3}{\pi R^2 - \pi r^3} = n.$$

От тази формула получаваме израза за отношението на радиусите:

$$\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{n}}.$$

2 олимпиада (1948 г.), II тур

- 7.10.** Дадената задача е аналогична на зад.7.4. Ако затъмнението в дадения пункт е било централно (пълно или пръстенообразно) и Луната се е движила по диска на Слънцето отдолу нагоре, то това би могло да бъде през първата половина на деня в екваториалните или тропични ширини на Земята, където еклиптиката по която се движи Луната образува голям ъгъл с хоризонта. Но ако затъмнението е било частично с неголяма фаза, при което диска на Луната само докосва диска на Слънцето отгоре, то такава ситуация може да се наблюдава на всяка ширина, по-вероятно през първата половина или в средата на деня.
- 7.11.** Дадената задача може да се реши, използвайки III закон на Кеплер, а може и да си спомним, че линейната скорост на движение по кръгова орбита е равна на първа космическа скорост за даденото разстояние до Слънцето:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}} = v_0 \sqrt{\frac{a_0}{a}}.$$

- 7.12.** Задачата може да се реши само при предположение, че Сириус се движи точно по направление към Слънцето, и скоростта на неговото приближаване остава относително постоянна (в действителност това не е така). Ще определим на какво разстояние трябва да се окаже Сириус, за да стане два пъти по-ярък. Това разстояние е:

$$r = \frac{r_0}{\sqrt{2}} = 1,9 \text{ pc}.$$

За да стане два пъти по-ярък, Сириус трябва да измине разстояние равно на 0,8 pc. Движейки се със скорост 8 км/сек или $8,2 \cdot 10^{-4}$ pc/год, Сириус ще преодолее това разстояние примерно за 97500 год.

3 олимпиада (1949 г.), I тур

- 7.13.** Съзвездие Орион е едно от най-изразителните съзвездия на земното небе. Неговата фигура се състои от голям четириъгълник от звезди от 1 и 2 звездна величина, в центъра на който се намират още три ярки звезди – „поясът на Орион”. Най-ярките звезди в съзвездието- Бетелгейзе и Ригел –са свръхгиганти със светимост, десетки пъти превъзхождащи светимостта на Слънцето. Главната забележителност на съзвездието е ярката мъглявина на Орион, в която е потопена двойната звезда θ от Орион. Съзвездие Орион се вижда практически през цялата нощ през зимата, то може да се наблюдава през втората половина на нощта през есента и през пролетта – вечер.

Съзвездие Стрелец е забележително преди всичко с това, че в него се намира центъра на нашата галактика. В това съзвездие може да се видят голям брой разсеяни и сферични звездни купове и галатични мъглявини. В съзвездие Стрелец също се намира и точката на зимното слънцестоене – най-южната точка на еклиптиката. Това съзвездие се вижда през летните нощи, сутрин – през пролетта, вечер – през есента.

- 7.14.** Разполагайки процепът на спектроскопа по голямата ос на пръстена на Сатурн (както по екватора на планетата в зад. 7.5), по вида на спектралните линии можем да определим скоростта на отделните части на пръстена на Сатурн. Провеждайки подобни наблюдения, А.А.Белополский е установил, че пръстенът се върти около Сатурн не като твърдо тяло – вътрешните части на пръстена се въртят по-бързо от външните. Така е бил открит метеоритния строеж на пръстените на Сатурн.
- 7.15.** При паралактичното преместване звездата описва в общия случай елипса, ексцентриситетът на която намалява от еклиптиката към полюсите на еклиптиката. Звездата Регул (α от Лъв) се намира на еклиптиката и за нея елипсата се превръща в част от права. За звездата δ от Орион, отстояща от еклиптиката примерно на 25° , ексцентриситетът ще е по-малък, а още по-малък ще е за Полярната звезда, разполагаща се на 66° от еклиптиката. Звездата γ от Дракон се намира на небето близо до Северния полюс на еклиптиката, и при своето паралактично движение за една година ще опише окръжност.
- 7.16.** Интервалът между две последователни слънчеви затъмнения може да съдържа един или пет лунни синодични месеци, но най-вероятно е да са шест синодични месеца или 177 дни. Затова по-скоро следващото слънчево затъмнение ще бъде около 28 юни, а след това – около 22 декември (поради елиптичността на Лунната орбита датите могат да се различават). Лунното затъмнение се случва за половин синодичен месец преди слънчевото или след същия интервал от време след него (може да има две затъмнения – преди и след слънчевото, но в този случай двете ще бъдат по-вероятно полусенчести). Затова лунно затъмнение може да настъпи в средата на януари, след което задължително през юни или юли, а също е възможно и през декември.
- 7.17.** Пълната Луна се разполага на небето в област, противоположна на Слънцето. През зимния период това области около точката на лятното слънцестоене, в която попада Слънцето през лятото. Деклинацията на пълната Луна е такава, каквато е на Слънцето през лятото и тя има същия денонощен път на небето.

3 олимпиада (1949 г.), II тур

- 7.18.** Твърдението в условието на задачата е вярно само в приближение. Макар деклинацията на Слънцето на тези дати да е блика до нула, продължителността на светлата част от денонощието ще е повече от 12 часа заради явлението атмосферна рефракция, „приповдигаща” небесното светило близо до хоризонта, а също и за по-големите видими размери на Слънцето. На северния и южен полюс на Земята в тези дни ще има светли цели денонощия – Слънцето ще е през цялото време ниско над хоризонта.
- 7.19.** Паралакс на звездата, това е ъгълът, под който се вижда радиусът на земната орбита от разстоянието, разделящо Слънцето и дадената звезда. Ъгловият диаметър на звездата е ъгълът, под който се вижда диаметърът на звездата от същото разстояние. Следователно, диаметърът на звездата е $(0,065/0,024) = 2,7$ а.е. или 405 км.
- 7.20.** Синодичният период на външна планета S е по-дълъг от една земна година, следователно планетата се върти около Слънцето в същото направление, както и Земята. В този случай нейният период на въртене около Слънцето T може да се намери от съотношението:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{S}$$

Тук T_0 е периодът на въртене на Земята около Слънцето. Замествайки с числените стойности, получаваме, че периодът на въртене на планетата около Слънцето е 8,06 год. Средното разстояние на планетата до Слънцето, или иначе казано голямата полуос на нейната орбита, ще бъде:

$$a = a_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3} = 4,02 \text{ а. е.}$$

7.21. Лунното затъмнение е настъпило по време на зимното слънцестоене. Луната, намирайки се в сянката на Земята, е била в противоположната на Слънцето точка на небето, т.е. до точката на лятното слънцестоене. Там се е намирал и Юпитер, т.е. в това време е бил в противостоене и се е намирал в пространството от същата страна на Слънцето, както и Земята. В момента на провеждане на олимпиадата точката на лятното слънцестоене се е намирала в съзвездие Близнаци, в края на XX век тя е преминала в съзвездие Телец.

7.22. Земята се върти около Слънцето по елиптична орбита, минавайки точката перихелий през януари. Пътят от точката, съответстваща на есенното равноденствие, до точката, където настъпва пролетното равноденствие, Земята изминава пообързо, отколкото противоположната част на орбитата, затова полярният ден на южния полюс е по-кратък, отколкото на Северния полюс. Разликата възлиза на 7 дни.

7.23. Ако предположим, че Земята се движи перпендикулярно към оста на потока, то неговата ширина е равна на хордата, свързваща положението на Земята в моментите на началото и края на активността на потока. Продължителността на активността на потока е била 39 дни. Считайки орбитата за кръгова, получаваме, че ъгловото преместване на нашата планета за това време γ е равно на $38,4^\circ$. Ширината на метеорния поток ще бъде:

$$d = 2R \sin \frac{\gamma}{2} = 98,4 \text{ млн. км}$$

Тук R е радиусът на земната орбита.

7.24. При описване на най-важните обекти е необходимо да споменем:

В съзвездие Лира: звездата Вега (α Лира) – една от най-ярките звезди на небето, звездата Вега (β Лира) – затъмнително-променлива звезда с тясна компонента, звездата ϵ Лира – кратна звезда, състояща се от две двойни. В това съзвездие се намира също най-знаменитата мъглявина „Пръстен“ (M 57).

В съзвездие Телец: ярката червена звезда Алдебаран (α Телец) (звездата Алгол (β Персей), ярките разсеяни купове Плеяди и Хиади, Ракообразната мъглявина (M1), явяваща се остатък от избухнала Свръхнова звезда, наблюдавана през 1054 год.

В съзвездие Персей: звездата Алгол (β Персей) – родоначалник на класа затъмнително-променливи звезди, двойния разсеян куп χ и η Персей, разсеяният звезден куп M34.

7.25. Съзвездие Змия се състои от две недокосващи се една с друга части, разделени от съзвездие Змиеносец. Вечер през март, двете части са под хоризонта и не се виждат.

4 олимпиада (1950 год), II тур

- 7.26. Задачата може да се реши, считайки орбитата на Земята и планетата кръгови с радиуси R_0 и R . В този случай разликата в блясъка на планетата в съединение и противостоене възниква само заради изменени разстоянието между Земята и планетата и е равно на:

$$\Delta m = 5 \lg \frac{R + R_0}{R - R_0} = 1$$

Решавайки уравнението, получаваме $R = 4,42R_0$. От III закон на Кеплер можем да получим съотношение между орбиталните периоди на двете планети:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^{3/2} = 9,29.$$

Синодичният период на планетата S се определя от съотношението:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}$$

От това съотношение получаваме, че синодичния период на планетата е $409,3^d$. Интервала време между съединение и противостоене на планетата е половината от този период, т.е. $204,65^d$.

- 7.27. Такива области има на Луната, и те покриват около 18% от цялата лунна повърхност. Заради либрациите, нашият спътник се „полюлява” спрямо земния наблюдател, и областите, намиращи се на границата на видимото полукълбо на Луната, периодически се появяват и се скриват зад лунния лимб. При наблюдение от тези области на Луната, Земята периодически ще се появява невисоко над хоризонта и ще се скрива.

- 7.28. Отношението на яркостите на звездите в максимум и минимум е $2,512^2 = 6,31$. Замествайки това число във формулата, получена при решение на зад.7.9, получаваме отношението на радиусите на тъмната и светла компоненти, равно на 0,92. Отношението на обемите на компонентите ще бъде $0,92^3$, т.е. 0,78.

- 7.29. 1) Съзвездията Щит, Лисичка, Стрела и Малък кон се намират недалеч от „летния триъгълник” и се виждат добре през лятото през нощта и през есенните вечери. Малкото съзвездие Щит се намира вдясно и ниско от съзвездие Орел с ярката звезда Алтаир. Над съзвездие Орел се вижда изразителното съзвездие Стрелец, а още по-високо – Лисичка. Съзвездието Малък кон се намира вляво от съзвездие Орел.

Съзвездието Заяк се намира под съзвездие Орион и се вижда добре през зимата. Съзвездието Гарван се намира под съзвездие Дева и се вижда през есенните нощи. Накрая, съзвездие Рис, намиращо се между забелязващите се съзвездия Близнаци и Голяма мечка, за средните ширини практически на залязва под хоризонта и се вижда добре през по-голямата част на годината, освен през летните месеци.

2) Съзвездие та: Везни, Компас, Микроскоп, Помпа, Октант, Телескоп, Секстант, Часовник.

3) Бетелгейзе – червена звезда от спектрален клас М с температура на повърхността около 3000К, а Арктур и Алдебаран – оранжеви звезди, клас К с температура на повърхността около 4000К. Капела – жълта звезда клас G с температура на повърхността 6000К, Процион – бяло-жълта звезда клас F и температура на повърхността около 8000К, Вега и Денеб – бели звезди клас А с температура на повърхността около 10000К.

Последователността по ред на намаляване на блясъка им: Арктур, Вега, Капела, Процион, Бетелгейзе, Алдебаран, Денеб.

- 7.30. Освен 12 зодиакални съзвездия, еклиптиката преминава през съзвездие Змиеносец. В това съзвездие Слънцето преминава през първата половина на декември.

5 олимпиада (1951 год), I тур

- 7.31. По принцип, можем да се ориентираме по всяка звезда на небето, ако знаем, по кое време тя изгрява, залязва или кулминира. Горната кулминация на звездата, чиято деклинация е по-малка от ширината на мястото на наблюдение, е винаги на юг. Изгрев и залез на звезди близо до екватора наблюдаваме съответно на изток и запад.
- 7.32. Съзвездията, които винаги са над хоризонта на ширината на Москва са: Малка мечка, Дракон, Цефей, Касиопея, Жираф, Гущер. Съзвездия, значителна част от които никога не залязват на ширината на Москва са: Голяма мечка, Ловджийски кучета, Воловар, Херкулес, Лира, Лебед, Андромеда, Персей, Колар, Рис, Малък лъв.

От тези съзвездия през априлските нощи най-добре се виждат Голяма и малка мечка, Ловджийски кучета, Воловар, Дракон, Херкулес. Тези съзвездия се разполагат близо до зенита. Останалите съзвездия се виждат в северната част на небето, а Андромеда и Персей само частично се виждат на хоризонта.

- 7.33. На поглед ни се струва, че щом паралаксът на Слънцето е 20 пъти по-голям от паралакса на звездата, то звездата е 20 пъти по-далеч. Но това, разбира се, не е така. За Слънцето е даден екваториалния хоризонтален паралакс, за база на който служи екваториалния радиус на земята. Базата за годишния паралакс е радиусът на земната орбита, която е 23450 пъти по-голяма. Затова звездата е 469000 пъти по-далеч от Слънцето.
- 7.34. Главното астрономическо откритие на М.В.Ломоносов – откриването атмосферата на Венера на основата на оптични ефект, наблюдаващи се при нейното преминаване пред диска на Слънцето през 1761 год. Освен това, великият руски учен е усъвършенствал оптичната схема на телескопа-рефрактор, направил е правилни заключения за строежа на Слънцето, за природата на силата на отблъскване в кометните опашки, за безкрайността на Вселената и множеството обитаеми светове. Много работи на М.В.Ломоносов са в други области на науката: картография, гравиметрия.
- 7.35. „Млада Луна” се вижда вечер, а „стара” – сутрин. Пролетна вечер и есенно утро – това са периодите, когато точката на лятното слънцестоене се намира близо до горна кулминация на голяма височина над хоризонта, и линията на еклиптиката образува с хоризонта значителен ъгъл. Луната, намираща се близо до еклиптиката, също се разполага достатъчно високо, а рогата на нейния сърп, насочени от Слънцето към еклиптиката, са обърнати нагоре.

5 олимпиада (1951 год), II тур

- 7.36. За достигане на максимална височина над хоризонта, деклинацията на Луната също трябва да достигне своето максимално значение. Това става, когато възходящият ъгъл на лунната орбита съвпадне с точката на пролетното равноденствие. Деклинацията на Луната може да достигне

$$\delta = \varepsilon + i = 28,6^\circ$$

Тук ε е ъгъл на наклона на екватора към еклиптиката, а i – наклон на лунната орбита. Нашият спътник ще се намира на север от точката на лятното слънцестоене, на границата на трите съзвездия: Телец, Близнаци и Колар. В тази област на небето Луната ще има пълна фаза около зимното слънцестоене (22 декември), а кулминацията ще бъде около истинска слънчева полунощ.

Ако не отчитаме денонощния паралакс, то максималната височина на Луната над хоризонта ще бъде:

$$h = 90^{\circ} - \varphi + \delta = 62,9^{\circ}$$

Тук φ е ширината на Москва. За по-точен отговор е необходим да се отчете паралактичното отместване на Луната към хоризонта, равно на $p_L \cdot \cos h$, където p_L – това е екваториалния хоризонтален паралакс на Луната, достигаща не по малко от $0,9^{\circ}$. В заключение – максималната височина на Луната над хоризонта ще бъде $62,5^{\circ}$.

- 7.37.** Средното разстояние на Плутон до Слънцето е около 39,5 а.е. Затова видимият диаметър на Слънцето на Плутон ще е 39,5 пъти по-малък, отколкото на Земята, т.е. само $49''$, и дискът на Слънцето няма да се вижда с невъоръжено око. Звездната величина на Слънцето на Земята е $-26,8^m$, а на Плутон ще е

$$m = -26,8 + 5 \lg 39,5 = -18,8$$

Слънцето на Плутон ще е с $6,1^m$ по-ярко, отколкото пълната Луна на Земята. В заключение – денят на Плутон ще е 275 пъти по-ярък, отколкото лунна нощ на Земята.

- 7.38.** Сидеричният период на въртене на Амалтея около Юпитер T е 11,956 часа, а периодът на околоосно въртене на Юпитер T_0 е 9,924 часа. Синодичният период на въртене на Амалтея по небето спрямо наблюдател на повърхността на Юпитер се изчислява по формулата:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}$$

Съставлява $2,433^d$. Този спътник ще изгрява на изток и залязва на запад, премествайки се по небето много по-бавно от Слънцето, звездите и галилеевите спътници. Неговите ъглови размери ще бъдат $2''$ близо до хоризонта и $3''$ в зенита, и той периодически ще преминава по диска на Слънцето, имащо видим диаметър $6''$, и ще попада в сянката на юпитер. От гледна точка на наблюдател на Юпитер, бързодвижежите се Слънце и сянка на планетата ще се срещат с почти неподвижната Амалтея.

6 олимпиада (1952 год), I тур

- 7.39.** Главна забележителностна съзвездие Андромеда – това е спиралната галактика M31, често наричана „Мъглявината Андромеда”. Това е най-голямата галактика в местната група, най-близката до нашата Галактика спирална система. Звездата γ Андромеда – е една от най-красивите двойни звезди на нашето небе.

Съзвездието Пегас има изразителна форма на трапец, близко до квадрат („квадратът на Пегас”), един от върховете на който принадлежи на съзвездието Андромеда. В съзвездието Пегас има ярък сферичен куп M15.

Съзвездието Касиопея има също забележителна форма – пет от най-ярките звезди в съзвездието образуват очертание на M или W в зависимост от положението на небето. През 1572 год. в това съзвездие е избухнала свръхнова, която е наблюдавал Тихо Брахе. Намира се в ярката част на Млечния път и съдържа множество разсеяни звездни купове, от които можем да открием купа M52.

Трите съзвездия в северните ширини се намират над хоризонта по-голяма част от денонощието, съзвездието Касиопея и по-голямата част от Андромеда в средна Русия не залязват под хоризонта. Но най-добре те се виждат през есента, разполагайки се в средата на нощта близо до зенита.

7.40. Дължината на сянката на вертикалния стълб е равна на височината на стълба, ако Слънцето се намира на височина 45^0 над хоризонта. На 21 март – деня на пролетното равноденствие, деклинацията на Слънцето на този ден е 0^0 . Гоената кулминация на този ден е 45^0 на ширина 45^0 в северното и южно полукълба.

7.41. В.Я.Струве – е основател и първи директор на Пулковската обсерватория. Той пръв измерва паралакса на далечна звезда (звездата Вега, 1937 год.), провел е многочислени изследвания на двойни звезди. На В.Я.Струве принадлежи идеята за поглъщане на светлината в междוזвездното пространство и първия опит за определяне на това поглъщане. Занимавал се е също с изследване строежа на Млечния път. Провежда редица геодезични измервания, даващи възможност за определяне размерите на Земята. Под негово ръководство Пулковската обсерватория започва създаване на звездните каталози, изключителни със своята точност.

6 олимпиада (1952 год), II тур

7.42. По време на есенното равноденствие, около 20-то число на март, Земята се движи по орбитата си в посока против точката на лятното слънцестоене, и измерената лъчева скорост на звездата е:

$$v_1 = v + u$$

Където v е лъчевата скорост на звездата спрямо Слънцето, а u – орбиталната скорост на Земята. След половин година Земята ще се движи към точката на лятното слънцестоене и измерената лъчева скорост ще бъде: $v_2 = v - u$

След изчисления получаваме $v = -100$ км/сек, $u = 30$ км/сек. Считайки орбитата на Земята кръгова, ние ще изчислим пътя на Земята изминат за периода на въртене около Слънцето T (1 год.) и изчисляваме радиуса на орбитата на Земята:

$$R = \frac{u \cdot T}{2\pi} = 150,7 \text{ млн.км}$$

Получената величина е близка до истинската стойност (149,6 млн.км).

7.43. Две от указаните в условието на задачата планети няма да се виждат на небето по време на пълната фаза на затъмнението. Марс е в противостоене, в точка противоположна на Слънцето, и по пладне ще бъде под хоризонта. Меркурий е в долно съединение и ще е до Слънцето, имащ много слаб блясък, недостатъчен да го забележим на фона на слънчевата корона. Само Венера ще се вижда добре на 47^0 западно от Слънцето, явявайки се втори по яркост обект на небето след слънчевата корона.

По време на пълната фаза на затъмнението Слънцето и затъмнилата го Луна се намират на границата на съзвездията Телец и Близнаци. На потъмнялото небе ще се появят ярките звезди: Капела над Слънцето, Бетелгейзе и Ригел под него, а още по-ниско – Сриус. В дясно от Слънцето, по средата между него и Венера, ще се вижда алдебаран, в ляво от Слънцето ще се появят Кастор и Полукс, а под тях – Процион.

7.44. Разсеяният звезден куп Плеяди и покриващата ги растяща Луна в деня на пролетното равноденствие ще се виждат добре вечер на неголяма височина над хоризонта. Но в Москва в 18 часа Слънцето се приближава към хоризонта, и да се наблюдава покритие на светлото небе може само с помощта на телескоп. Много по-добре явлението ще се вижда в Свердловск (сега Екатеринбург), където вече е настъпила нощта. А в Комсомолск на Амур е дълбока нощ, Луната и Плеядите ще са под хоризонта малко преди покритието, и там то няма да се наблюдава.