

Космологическая симфония

Задача 1. Изи далеко

Оцените расстояние до квазара с $z = 0.20$.

Задача 2. Фотонная баня

Реликтовое излучение имеет чернотельный спектр, причём это утверждение остаётся верным аж с эпохи рекомбинации. Определите его температуру на эпоху $z = 10$. Сейчас $T_0 \approx 3$ К.

Задача 3. Что, правда?

Эпохе рекомбинации соответствует $z_{\text{СМВ}} = 1.1 \cdot 10^3$. С тех пор многое изменилось; тёмная материя встала с колен. Каково было отношение плотностей энергий тёмной и нормальной материй в те тёмные времена? *А для радиации и нормальной материи?

В наши тёмные времена $\rho_{\text{DM}} = 2.4 \cdot 10^{-30}$ кг/м³, $\rho_{\text{NM}} = 0.5 \cdot 10^{-3}$ кг/м³.

Задача 4. Нейтриномарка

Оцените (среднюю) концентрацию нейтрино, которой было бы достаточно, чтобы объяснить вклад тёмной материи $\Omega_{\text{DM}} \approx 25\%$. Считайте Вселенную плоской, $m_\nu \lesssim 10^{-5}$ эВ.

Задача 5. Охладите...

Уберём из Вселенной тёмные материю и энергию. Оцените время, за которое она при расширении охладится на 0.1 К.

Задача 6. Многобукаф

Галактика NGC 2639 имеет спиральный (Sa) вид. Её измеренная скорость вращения достигает $v = 324$ км/с, а видимая звёздная величина в полосе В $m_B = 12.22$.

Поставим задачу определения радиуса R_{25} — величины, характеризующей такое удаление от центра, что поверхностная яркость составляет аккурат $25^m/\square''$.

С учётом соотношений (первое безымянное, второе — Талли–Фишера)

$$\log R_{25} \text{ (кпк)} = -0.25M_B - 4.00, \quad (1)$$

$$M_B = -10 \log v_{\text{max}} \text{ (км/с)} + 3.15, \quad (2)$$

где M_B — абсолютная звёздная величина галактики в указанной полосе, рассчитайте заключённую в пределах R_{25} массу NGC 2639. *Рассчитайте также соответствующую светимость галактики (выразите в $L_\odot$), если показатель цвета Солнца вы знаете.

Задача 7. Красное смещение

Пусть сверхновая типа Ia вспыхнула в удалённой галактике. Пиковая светимость её составила $5.8 \cdot 10^9 L_\odot$, что соответствует освещённости, равной $1.6 \cdot 10^{-7}$ в сравнении с Вегой.

Красное смещение галактики составляет $z = 0.05$. Найдите расстояние до этой галактики, а заодно оцените хаббловское время.

Задача 8. $\gamma\gamma$

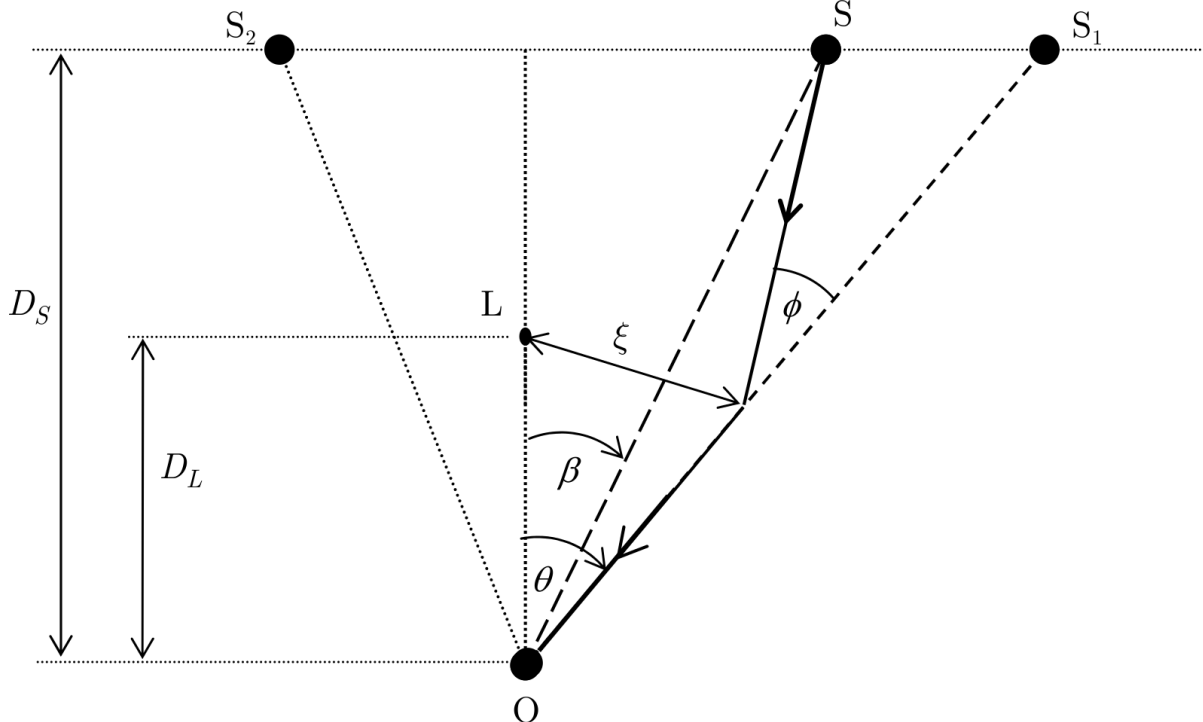
В наше время возможно наблюдать объекты, удалённые от нас на гигапарсеки. Благодаря этим наблюдениям мы заглядываем в то время, когда возраст Вселенной составлял лишь несколько процентов от нынешнего. Тот факт, что мы чётко видим столь удалённые объекты, означает, что излученный ими свет, пролетев пол-Вселенной, сумел дойти до нас *почти без искажений*. Иными словами, сам факт такого наблюдения означает, что Вселенная достаточно прозрачна для оптических фотонов.

Даже в отсутствие газопылевых облаков пространство не пусто — оно заполнено электромагнитным излучением. Получается, что каждый фотон — это своего рода сверхдлительный природный эксперимент по столкновению фотонов. Вероятность того, что одна «попытка столкнуться с собратом» и рассеяться для фотона крайне мала. Однако, таких «попыток» в пути было очень много.

Сказанного выше достаточно, чтобы установить ограничение *сверху* на возможную величину сечения рассеяния фотона на фотоне (его можно понимать как «площадь сечения» самих фотонов). Именно это и требует данная задача.

Задача 9. Глинза

1. Выразите угол отклонения ϕ фотона в гравитационном поле через G , M , c и прицельный параметр ξ , полагая этот угол малым. *Аккуратный расчёт в рамках ОТО даёт в два раза больший результат.*
2. В случае, когда источник S расположен в точности за компактным массивным телом — линзой L (так что $\beta = 0$), в точке O наблюдается изображение в виде *кольца Эйнштейна*. Выразите угловой радиус кольца Эйнштейна θ_E через G , M , c , D_S и D_L , полагая его малым.



3. Рассчитайте радиус θ_E изображения, создаваемого линзой солнечной массы, находящейся на расстоянии 10 кпк от источника, удалённого от Земли на 50 кпк.
4. Найдите положения θ_1 и θ_2 изображений источника S_1 и S_2 при произвольном $\beta \ll 1$. Выразите ответ через β и θ_E .
5. *Выразите удаления $\frac{\theta_{1,2}}{\beta}$ и увеличения $\frac{d\theta_{1,2}}{d\beta}$ через параметр $\eta \equiv \frac{\beta}{\theta_E}$.