

Теоретический тур

10 – 19 ноября 2016 года

Длинные задачи

Задача 1. Приказ 66

Преследуемый эскадрой штурмовиков, мастер Кота решил укрыться на планете Мрлсст системы Меннаалии (орбитальный период $T \simeq 60$ стандартных лет, эксцентриситет орбиты $e = 0.44$). Бортовая энергосистема его истребителя сильно пострадала в ходе погони, так что нам придётся помочь мастеру с расчётами.

- Запишите соотношение между секториальной скоростью σ и удельным моментом импульса \vec{l} тела, находящегося в центральном поле.
- Введите обозначение $\mu \equiv GM$, где G — гравитационная постоянная, M — масса звезды Меннаалии. Запишите соотношение между удельным моментом импульса \vec{l} , удельной механической энергией E орбитального движения тела и эксцентриситетом e его орбиты.

В момент, когда Мрлсст вступила в верхнее соединение с Меннаалии и находилась точно за её диском в апоцентре своей орбиты, Кота придал кораблю импульс такой, что его скорость \vec{v}_0 оказалась перпендикулярна направлению на звезду и равна параболической для астроцентрического расстояния r_0 , на котором корабль находился.

Мастеру повезло: угловые скорости истребителя и планеты относительно звезды оказались противоположно направленными, а орбиты — расположенными в одной плоскости. Через время t , не превышающее трети T , корабль совершил жёсткую посадку на Мрлсст при астроцентрическом расстоянии r_1 , равном большой полуоси орбиты планеты.

- Найдите t , пренебрегая гравитационным взаимодействием корабля и планеты.
- Введите обозначение $k \equiv r_0/a$. Найдите k .

Задача 2. Реактивная тригонометрия

Во время тура один из участников IOAA-2016 случайно отправился в космический полёт и оказался над городом проведения олимпиады — Бхубанешваром ($\varphi_0 \approx 20^\circ$; $\lambda_0 \approx 86^\circ$) — на высоте $h = R_\oplus$.

- Найдите, какая часть поверхности Земли открылась его взору.
- Найдите координаты самой западной W и самой восточной E точек этой области.
- Пусть самолёт летит из W в E по кратчайшей траектории. Какой наибольшей широты φ_{\max} он достигает в полёте?

Землю считать идеальным шаром, рефракцией пренебречь.

Задача 3. Побег из атмосферы

Предположим, что у Луны когда-то была изотермическая ($T = 300$ К) воздушная атмосфера. Грубо оцените минимальную высоту, на которой молекулы со средней энергией были способны покинуть Луну. Выразите ответ в лунных радиусах.

Задача 4. Не шути со временем

«Сегодня 24 сентября, самый длинный день в году. Он вдвое длиннее, чем 25 марта.»

В какой ближайшей к нам (60° N 30° E, 2016 г. н.э.) точке пространства (где на Земле?) и времени (когда?) может находиться наблюдатель? Уравнением времени, рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебречь.

Задача 5. О бедной L_3 замолвите слово!

Точки Лагранжа — точки в системе из двух массивных тел, в которых третье тело с пренебрежимо малой массой, не испытывающее воздействие никаких других сил, кроме гравитационных, со стороны двух первых тел, может оставаться неподвижным относительно этих тел. . .

Точка L_3 лежит на соединяющей тела прямой и находится за телом с большей массой.

[wikipedia]

Выразите расстояние x между точкой L_3 и более массивным телом через расстояние R между телами и отношение их масс $\beta \ll 1$.

Подсказка. Очевидное соотношение $\frac{|x - R|}{R} \ll 1$ может оказаться весьма полезным.

Задача 6. Охуген

Спутник летит на высоте $h = 100$ км над поверхностью Земли в верхних слоях атмосферы. Концентрация молекул составляет $n = 1.4 \cdot 10^{13}$ см³, температура — $T = 237$ К. В лобовой части спутника установлен манометр, который соединяется с атмосферой через диафрагму радиуса $r = 0.5$ мм, поверхность диафрагмы перпендикулярна направлению движения спутника.

Температура в объёме манометра ($T_1 = 300$ К) поддерживается постоянной. Оцените давление P , которое покажет манометр после установления равновесия.

Задача 7. Одна фамилия

Межгалактический маяк представляет собой изотропный, компактный и яркий абсолютно чёрный источник. Для земного наблюдателя его болометрическая звёздная величина $m = 5.2$.

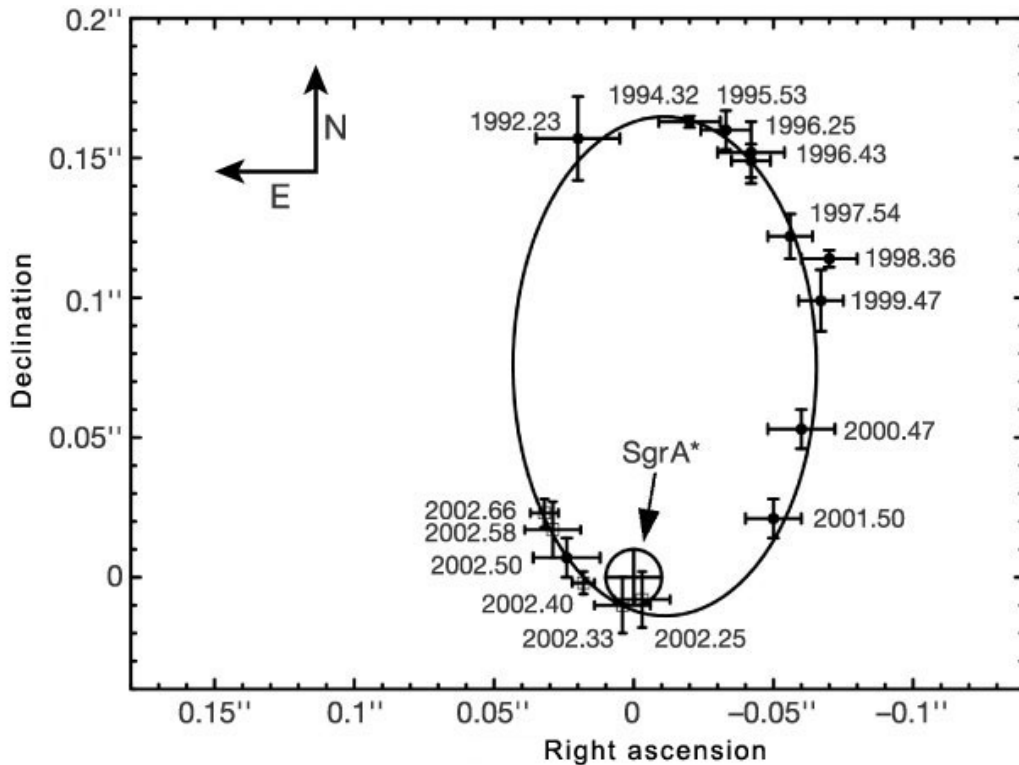
Какую спектральную плотность потока излучения маяка на частоте $f = 32$ ГГц могут измерить на ракете «Нейтрон», находящейся на стартовом столе, если максимальная интенсивность излучения приходится на длину волны $\lambda_0 = 500$ нм? Выразите ответ в Янских. Поглощением пренебречь.

Задача 8. Операция «Ag⁺»

По главной оптической оси тонкой плосковыпуклой линзы с постоянной скоростью V ползёт муха. В некоторый момент времени скорость её изображения составила aV . Линзу быстро заменяют на такую же с посеребрённой выпуклой поверхностью, и скорость изображения становится равной bV . Какие значения может принимать отношение b/a ? Показатель преломления стекла $n = 1.4$.

Задача 9. Большой баян

Оцените базу радиointерферометра, способного разрешить сверхмассивную чёрную дыру Sgr A* в центре Млечного Пути в диапазоне 230 – 450 ГГц. На иллюстрации приведён трек известной близкой к центральному объекту звезды S2.



Задача 10. Космодром на Юпитере

Необъяснимо, но факт: на юпитерианской научной станции, парящей в верхних слоях атмосферы Юпитера, был построен космодром для межзвездных перелетов! Дескать, поближе к границе Солнечной системы. Оцените минимальную скорость, с которой должен стартовать космический корабль с этого космодрома, чтобы действительно улететь к другим звездам.

Задача 11. Тройной альфа-процесс

Оцените, сколько ядер углерода ^{12}C ежесекундно образуется в звезде с абсолютной звездной величиной, равной $-0^m.3$, если известно, что вклад горения гелия в светимость этой звезды составляет 30%. Масса гелия ^4He и углерода ^{12}C составляет 4.002603 и 12.000000 а.е.м. соответственно.

Подсказка: как можно догадаться из названия, в сокращенном виде реакцию горения гелия можно записать как $3\ ^4\text{He} \rightarrow\ ^{12}\text{C} + \gamma$.

Задача 12. Ежик в тумане

Для некоторой звезды, похожей на Вегу, величина межзвездного поглощения в видимой области спектра составляет $2^m.4$. Чему равен наблюдаемый показатель цвета $B - V$ этой звезды?