

Летние учебно-тренировочные сборы по астрономии

Теоретический тур — IOAA

28 июня – 12 июля 2016 года

Длинные задачи

Задача 1. Звёздное трио

Цивилизация, живущая на далёкой планете, построила и запустила устойчивый к высоким температурам звездолёт. Их целью было за одну экспедицию изучить сразу две близлежащие звезды. Траектория движения должна была выглядеть примерно так:

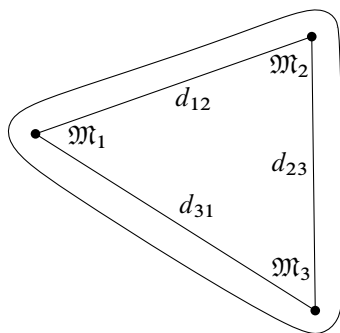


Рис. 1: Инопланетяне обитают на планете около звезды с массой $\mathcal{M}_1$; её большая полуось составляет 0.5 а.е.

Вам дан фрагмент звёздного каталога жителей этой планеты, в котором представлены прямые восхождения, склонения и параллаксы звёзд 2 и 3, все величины переведены в земные единицы, однако параллакс определён аналогично нашему для их системы.

№	α	δ	π
2	$12^h 34^m$	$80^\circ 12'$	$0.05''$
3	$8^h 6^m$	$12^\circ 27'$	$0.04''$

Считая, что прицельные расстояния пролёта мимо всех звёзд одинаковы и равны $q = 0.1$ а.е., а скорость звездолёта на бесконечности была бы $v_\infty = 70$ км/с:

- Найдите расстояния d_{12} , d_{23} , d_{31} и соответствующие им углы треугольника α_1 , α_2 , α_3 .
- Оцените время перелёта.
- Оцените массы звёзд $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ и $\mathcal{M}_3$.
- Выясните, к какой из звёзд аппарат приблизится сильнее всего и оцените это расстояние. Зацепит ли он её поверхность, если она лежит на главной последовательности?

Относительные движения звёзд не учитывать.

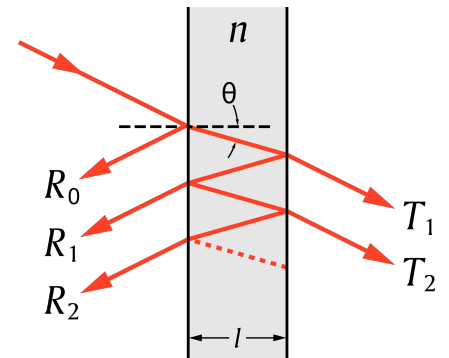
Задача 2. Коронадо

Одна из разновидностей спектральных фильтров основана на эталоне Фабри – Перо. Такой фильтр представляет собой два соосных, параллельно расположенных и обращенных друг к другу зеркала, между которыми формируется резонансная стоячая оптическая волна:

Если оба зеркала имеют коэффициент отражения R , функция пропускания фильтром света с длиной волны λ имеет вид

$$T = \frac{1}{1 + F \sin^2 \delta}, \quad \text{где } F \equiv \frac{4R}{(1 - R)^2}, \quad \delta \equiv \frac{2\pi n l \cos \theta}{\lambda}.$$

Рассмотрим фильтр нормального падения, целевой максимум пропускания которого приходится на линию Бальмера H_α (длина волны $\lambda_0 = 6562.8 \text{ \AA}$). Пространство между зеркалами заполнено газообразным гелием (показатель преломления $n = 1.0000$), длина $l = 120.0 \text{ мкм}$, $(1 - R) = 0.018$.



- Рассчитайте FSR фильтра — расстояние $\Delta\lambda$ между двумя соседними максимумами пропускания в окрестности λ_0 .
- Рассчитайте FWHM фильтра — ширину $\delta\lambda$ спектрального диапазона, включающего λ_0 , пропускание на котором составляет не менее половины от максимального.
- Оцените добротность фильтра $Q = \Delta\lambda/\delta\lambda$.
- Найдите ширину диапазона скоростей δv , соответствующих целевой полосе пропускания этого фильтра.

Задача 3. Годограф

Тело движется в центральном гравитационном поле звезды массы M . Плоскость орбиты разбита на секторы с общей вершиной в центре звезды и одинаковыми малыми углами раствора $\Delta\varphi$. Удельный орбитальный момент импульса тела $\vec{l}$.

а) Найдите изменение скорости спутника $|\Delta\vec{v}|$ при прохождении каждого сектора.

Годографом называют кривую, соединяющую концы вектора переменной величины, отложенного в разные моменты времени от одной точки. Так, известно, что годограф совершающего кеплерово движение тела представляет собой окружность или дугу окружности.

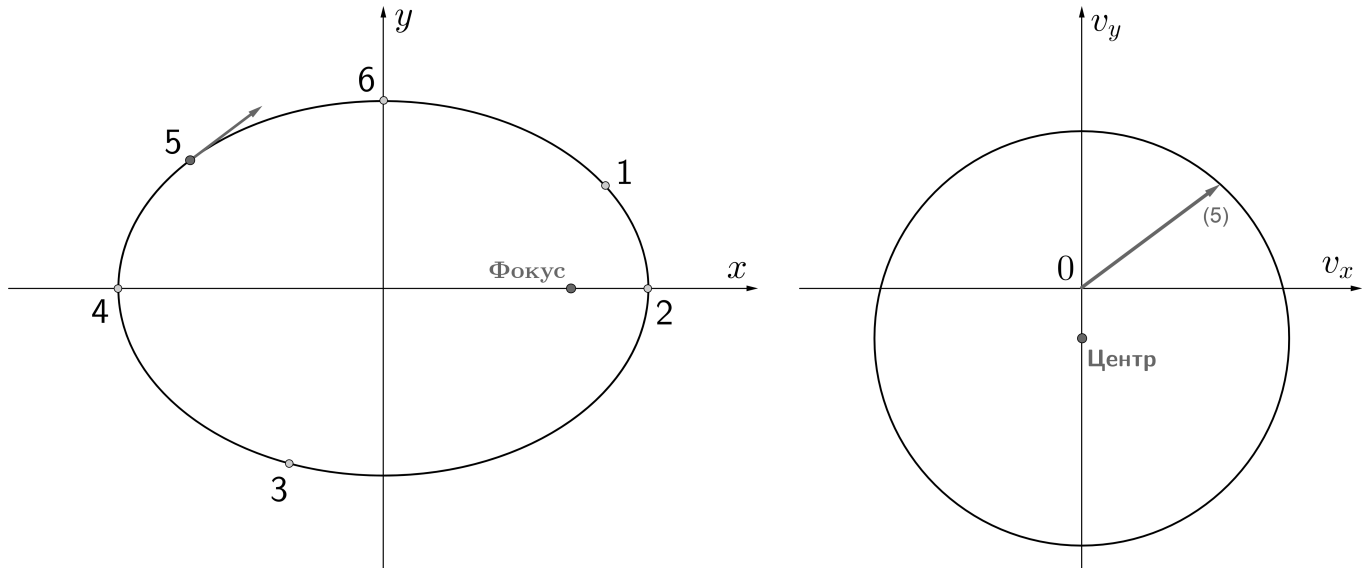


Рис. 2: Вид эллиптической орбиты (а) и *примерного* годографа скорости (б).
Масштабы по осям x и y , v_x и v_y попарно совпадают.

- б) Уточните годограф скорости для эллиптической орбиты, изображённой на рис. 2а, с учётом её геометрических параметров.
- с) Укажите на годографе точки, соответствующие отмеченным (1–6) на орбите.
- д) Изобразите качественно годограф скорости для гиперболической орбиты с эксцентриситетом $e = 2$. Укажите на рисунке характерные элементы и соотношения между ними.