

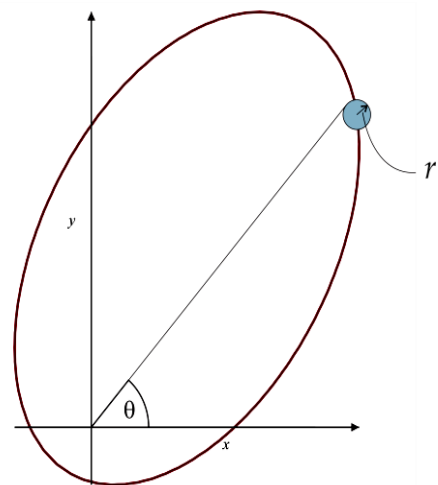
ДЪЛГИ ЗАДАЧИ

1. Спътник се движи в орбита около планета, като равнината на тази орбита е перпендикулярна на повърхността на планетата в точката в която се намира наблюдателят. След извършване на необходимото скалиране, приемаме, че орбитата на спътника се описва от следното уравнение:

$$9\left(\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} - 4\right)^2 + 25\left(-\frac{\sqrt{3}x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2 = 225$$

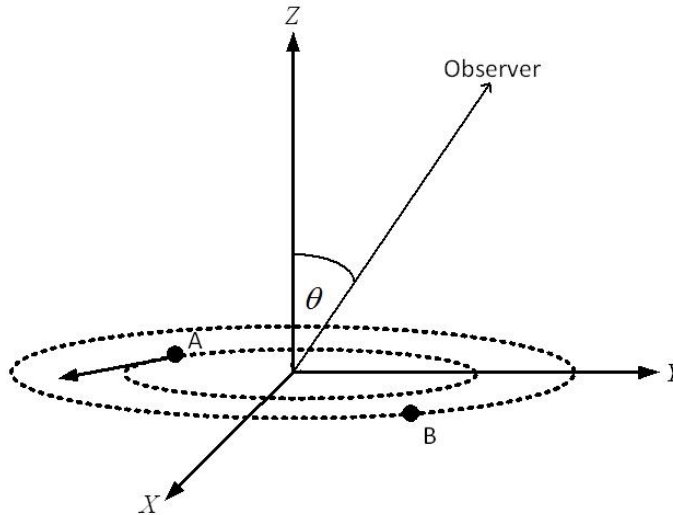
Разгледайте орбитата в правоъгълна координатна система, в която оста Ох лежи в хоризонталната равнина, а Оу е насочена към зенита. Нека с r да означим радиуса на спътника. Да предположим, че периодът на околоосно въртене на планетата е много по-дълъг от орбиталния период на спътника. Атмосферната рефракция се пренебрегва.

- а. Пресметнете голямата и малката полуос на елиптичната орбита
- б. Пресметнете зенитното отстояние на перигея на орбитата, за наблюдателя.
- в. Намерете $\tan \frac{\theta}{2}$, където θ е височината над хоризонта на точката от орбитата в която спътникът изглежда най-голям за наблюдателя.



Фигура 1

2. Две масивни звезди A и B с маси m_A и m_B , се намират на разстояние d една от друга. Те се движат около общия център на масите под действие на гравитационни сили. Приемете, че техните орбити са кръгови и лежат в равнината X-Y, като началото на координатната система е в центъра на масите. (виж Фигура 2).



Фигура 2

- a. Изразете линейната и ъгловата скорост на звездата A.

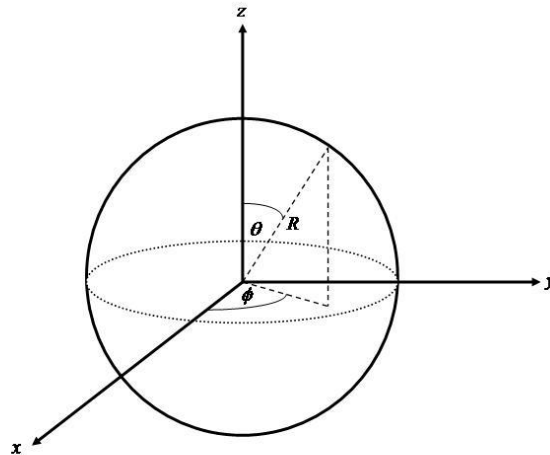
Един наблюдател се намира в равнината Y-Z (виж Фигура 2) и наблюдава звездите от голямо разстояние под ъгъл θ спрямо оста Z. Той измерва, че скоростта на компонентата A по лъча на зрение (лъчевата скорост) се променя с времето по следния закон: $K \cos(\omega t + \varepsilon)$, където K и ε са положителни.

- b. Представете израза $K^3/\omega G$ като функция на m_A , m_B и θ (G е гравитационната константа).

Да предположим, че наблюдателят определя масата на звездата A и получава стойност $30M_S$, където M_S е масата на Слънцето. Освен това, той наблюдава рентгеново лъчение, излъчено от обекта B и благодарение на това той може да заключи, че тя е или неутронна звезда или черна дупка. Крайното заключение зависи от точната стойност на m_B : 1) ако $m_B < 2M_S$, то звездата B е неутронна звезда или 2) ако $m_B > 2M_S$, то звездата B е черна дупка.

- c. Според измерванията на наблюдателя $\frac{K^3}{\omega G} = \frac{1}{250} M_S$. Всъщност, стойността на θ обикновено е неизвестна. Какво условие трябва да изпълнява този ъгъл, за да бъде обектът B черна дупка?

3. Нека да разгледаме невъртяща се сферична звезда, която се състои от N електронеутрални частици и има радиус R (виж Фигура 3).



Фигура 3

Където $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$.

Нека да предположим, че за звездата е валидно следното равенство:

$$P V = N k \frac{T_R - T_0}{\ln(T_R/T_0)}$$

(1)

където P е налягането на газа в звездата, V е обемът на звездата, а k е константата на Болцман. T_R е температурата на повърхността на звездата ($r = R$), а и T_0 е температурата в центъра ѝ ($r = 0$). Приемаме, че $T_R \leq T_0$.

- а. Опростете уравнението на състоянието (1) на звездата, ако примете, че $\Delta T = T_R - T_0 \approx 0$ (това се нарича идеална звезда). (Подсказка: използвайте приближението $\ln(1+x) \approx x$ за малки стойности на x).

Предполагаме, че звездата извършва квази-статичен процес, при който тя може слабо да се разшири или свие, като горното уравнение на състоянието (1) остава валидно.

За звездата е валиден първият закон на термодинамиката:

$$Q = \Delta M c^2 + W \quad (2)$$

където Q , M , и W са обмененото количество топлина, масата на звездата и работата извършена от нея, c е скоростта на светлината във вакуум и $\Delta M \equiv M_{\text{крайна}} - M_{\text{начална}}$.

В следващите подусловия ще приемаме, че T_0 остава постоянна, докато $T_R \equiv T$ се променя.

- b. Намерете топлинния капацитет на звездата при постоянен обем C_v като функция на масата M , а също и топлинния капацитет C_p , изразен чрез C_v и T . (Подсказка: използвайте приближението $(1+x)^n \approx 1+nx$ за малки стойности на x)

Приемете, че C_v остава постоянен и газът извършва изобарен процес, като при това звездата произвежда някакво количество топлина и го излъчва в околното пространство.

- c. Намерете количеството топлина, произведено при изобарния процес ако началната и крайната температура са съответно T_i и T_f .

В следващите подусловия приемете, че звездата е Слънцето.

- d. Ако приемем, че Слънцето излъчва монохроматична светина с честота 5×10^{14} Hz, то оценете броя на фотоните, които то излъчва за една секунда.
- e. Пресметнете топлинния капацитет capacity C_v на Слънцето, ако приемете, че повърхностната му температура се променя от 5 500K до 6 000K за една секунда.